

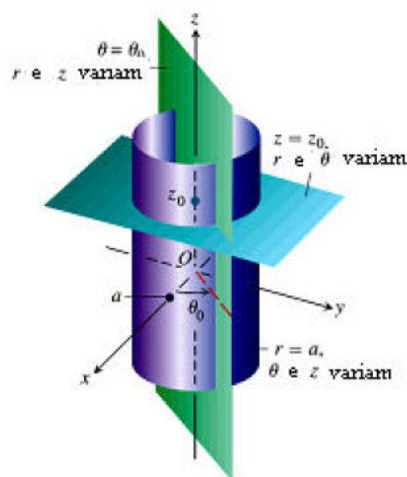
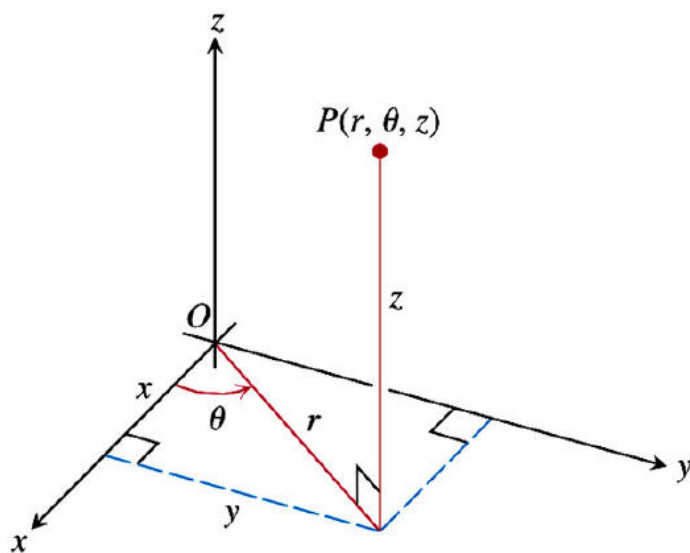
Coordenadas cilíndricas

No sistema de coordenadas cilíndricas um ponto P é representado por uma tripla (r, θ, z) , onde (r, θ) representa um ponto em coordenadas polares e z é a terceira coordenada usual do sistema cartesiano. Para converter do sistema de coordenadas cilíndricas para o sistema cartesiano usamos as relações:

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad z = z$$

Para passar do sistema de coordenadas cartesianas para o sistema de coordenadas cilíndricas usamos as relações:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \quad z = z$$



Coordenadas esféricas

As coordenadas esféricas denotadas pela tripla ordenada (ρ, θ, ϕ) localizam um ponto P no espaço dando a distância ρ da origem, o ângulo θ projetado sobre o plano xy (o ângulo polar) e o ângulo ϕ que o raio ρ faz com o eixo positivo z (o ângulo vertical).

Para converter um ponto em coordenadas esféricas $P(\rho, \theta, \phi)$ para coordenadas cartesianas usamos as relações:

$$x = \rho \sin \phi \cos \theta \quad y = \rho \sin \phi \sin \theta \quad z = \rho \cos \phi$$

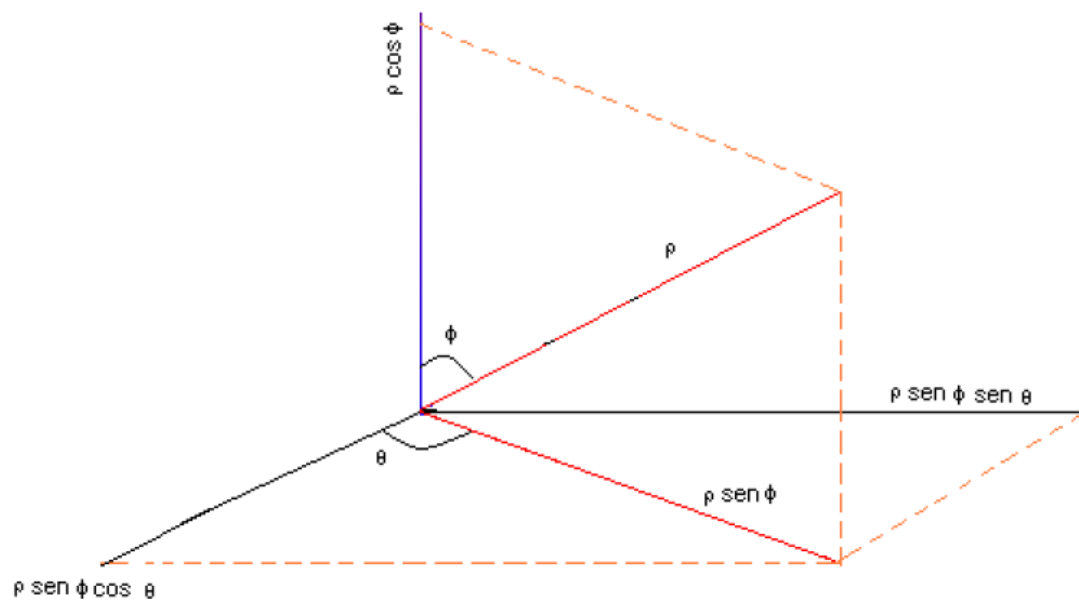
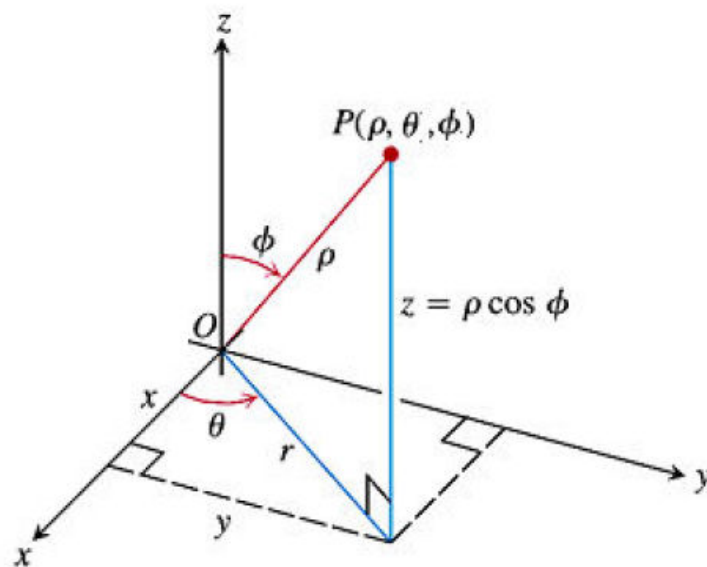
Para converter um ponto $P(x, y, z)$ em coordenadas cartesianas para coordenadas polares usamos as relações:

$$\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

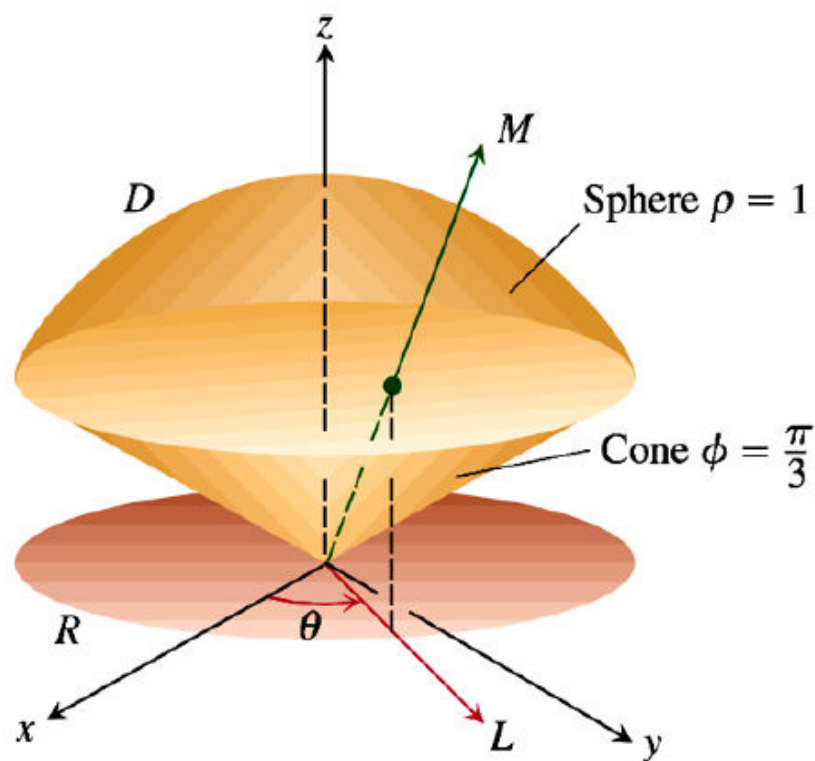
$$\phi = \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$$

Geometricamente



Exemplo

Desenhar o volume do sólido delimitado inferiormente pelo cone $\phi = \frac{\pi}{3}$ e superiormente pela esfera $\rho = 1$.



Exercícios sobre Coordenadas Cilíndricas e Esféricas

1. Determinar as coordenadas polares do ponto de coordenadas retangulares $(1, -2, 2)$
2. Transformar $x^2 + y^2 - z^2 = 25$ em uma equação do sistema polar.
3. Determinar as coordenadas cilíndricas do ponto de coordenadas retangulares $(-1, 2, 1)$
4. Determinar as coordenadas cartesianas ortogonais do ponto, cujas coordenadas cilíndricas são $(8, 300^\circ, -1)$.
5. Passar a equação $x^2 + y^2 + x + y - z + 1 = 0$ para coordenadas cilíndricas.
6. Determinar as coordenadas esféricas do ponto de coordenadas $(-2, 2, 1)$.
7. Passar a equação $2x^2 + 3y^2 - 6z^2 = 0$ para coordenadas esféricas.
8. Expressir a equação $\rho + 6 \sin \phi \cos \theta + 4 \sin \phi \sin \theta - 8 \cos \phi = 0$ em coordenadas retangulares.