UNIVILLE UNIVERSIDADE

EXERCÍCIOS PROPOSTOS – MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS

1) Construa a matriz A= $(a_{ij})_{2x3}$ de modo que $a_{ij} = 3i^2 - j$

2) Determine a matriz B = $(b_{ij})_{3x3}$ tal que $b_{ij} = \begin{cases} -2 & se \quad i > j \\ 1 & se \quad i = j \\ 3 & se \quad i < j \end{cases}$

3) Encontre a transposta da matriz A= $(a_{ij})_{3x2}$ tal que a_{ij} = j-2i

4) Determine a matriz C= $(c_{ij})_{3x3}$ tal que: $c_{ij} = \begin{cases} i + j & se \quad i = j \\ -i - j & se \quad i \neq j \end{cases}$

5) Escreva a matriz A = (a_{ij}) nos seguintes casos:

a) A e uma matriz do tipo 3 x 4 com:

$a_{ij} = -1$ para $i = 2j$

$a_{ij} = a$ para $i \neq 2j$

b) A é uma matriz quadrada de 4ª ordem com:

$a_{ij} = 0$ para $i+j = 4$

a_{ij} -1 para $i+j \neq 4$

c) A é uma matriz quadrada de 3ª ordem com $a_{ij} = 2i + 3j - 1$

6) Dadas as matrizes A = $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ e B= $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$ determine A + 2B^t

7) Determinar x e y sabendo que:

a) $\begin{pmatrix} x^2 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 2x - y & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} x + y & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & x - y \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & x + 3y \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 2 & y^2 + 1 \end{pmatrix}$

8) Considere as matrizes: A = $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & -4 \\ 3 & -2 & 7 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 1 & 4 & -5 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, determine:

a) $A^t + B^t$ b) $(A+B)^t$ c) Compare os resultados a) e b)

9) Determine x e y sabendo que A é uma matriz identidade $\begin{pmatrix} 2x - 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & y + x & 1 \end{pmatrix}$

10) Dadas as matrizes A=$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ B =$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ e C=$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ encontre a matriz X tal que X + 2C = A +3B

11) Dadas as matrizes: A=$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ e B=$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 5 & 0 \end{vmatrix}$, calcule:

a) A . B b) B . A c) Compare os resultados a) e b) e justifique a resposta.

12) Se A = $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ e B= $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, verifique que $(A .B)^t = B^t . A^t$

13) Se A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcule $A^2 - 2A + 3I^2$

14) Dadas as matrizes: A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ e C = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, teste as propriedades:

a) A . (B+C) = AB + AC b) A.(B.C) = (A.B).C

15) Determine a inversa da matriz A = $\begin{pmatrix} -5 & 8 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ e da matriz B = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -4 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

16) Resolva e classifique os sistemas:

a) $\begin{cases} 3x+2y+3z = 0 \\ x+y+z = 1 \\ -2x-3y+3z = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x+y-3z = 0 \\ x-y-5z = 2 \\ 3x-2y-2z = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+2y-z = 1 \\ 2x-3y+4z = 2 \\ 3x-y+3z = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x-y = 5-2z \\ 2x+3y-4z = 2 \\ y-z = x \end{cases}$

17) Determine o valor de k para que o sistema seja possível determinado $\begin{cases} 3x-4y+kz = -1 \\ 2x-y-z = -5 \\ x-3y-z = -6 \end{cases}$

18) Determine os valores de m e k, de modo que seja possível e indeterminado o sistema: $\begin{cases} x+2y-mz = -1 \\ 3x-y+z = 4 \\ -2x+4y-2z = k \end{cases}$

19) Qual o valor de p para que o sistema $\begin{cases} px+y-z = 4 \\ x+py+z = 0 \\ x-y = 2 \end{cases}$ admita uma única solução.

20) Determine os valores de a e b, de modo que o sistema seja impossível $\begin{cases} x+y-z = b \\ x-y = 4 \\ ax+y-z = 6 \end{cases}$

RESPOSTAS:

1) A= $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 11 & 10 & 9 \end{pmatrix}$ 2) B= $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 3) A^t= $\begin{pmatrix} -1 & -3 & -5 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ 4) C= $\begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 \\ -3 & 4 & -5 \\ -4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$ 5) a) A= $\begin{pmatrix} a & a & a & a \\ -1 & a & a & a \\ a & a & a & a \end{pmatrix}$

b) A= $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ c) A= $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 10 \\ 6 & 9 & 12 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} 3 & 8 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix}$ 7) a) (x,y) = (3,2) ou (-3,-10) b) x=3 e y=1

c) (2,2) ou (14,-2) 8) A^t+B^t= $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 8 & -9 & 7 \end{bmatrix}$ = $(A+B)^t$ 9) x=3 e y=-3 10) X= $\begin{pmatrix} -3 & 10 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$ 11) A.B= $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$

B.A= $\begin{pmatrix} 0 & 7 & -1 \\ 0 & -7 & 1 \\ 5 & 20 & 0 \end{pmatrix}$ A.B $\neq$ B.A (produto de matrizes não é comutativo) 12) $(A.B)^t = B^t.A^t$= $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ 13) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

14) a) A.(B+C)=AB+BC= $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 13 \end{pmatrix}$ b) A.(B.C)=(AB).C $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$ 15) A^{-1}= $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ e B^{-1} = $\begin{pmatrix} -3 & -6 & 3 \\ 11 & 2 & -1 \\ 10 & 10 & 10 \end{pmatrix}$/30

16) a) Possível determinado b) Impossível c) Possível indeterminado d)Possível determinado
17) k $\neq$ -2 18) m=3/5 e k= -6 19) p $\neq$ -1 20) a=1 e b $\neq$ 6