

GABARITO DA PRIMEIRA PROVA DE ALGEBRA II

Primeiro Semestre de 2006 - 06/05/2006

1) Determinar as equações de dois cilindros projetantes da curva de intersecção das superfícies abaixo e com auxílio desses cilindros faça um desenho da porção da curva de intersecção situada no 1º octante do sistema cartesiano OX, OY e OZ

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + z^2 = 2 \\ x^2 - y^2 - 2z^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

Solução

$$\begin{array}{lll} x^2 + 2y^2 + z^2 = 2 & x^2 + 2y^2 + z^2 = 2 & 2x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 4 \\ x^2 - y^2 - 2z^2 = -1 & 2x^2 - 2y^2 - 4z^2 = -2 & x^2 - y^2 - 2z^2 = -1 \end{array}$$

$$y^2 + z^2 = 1$$

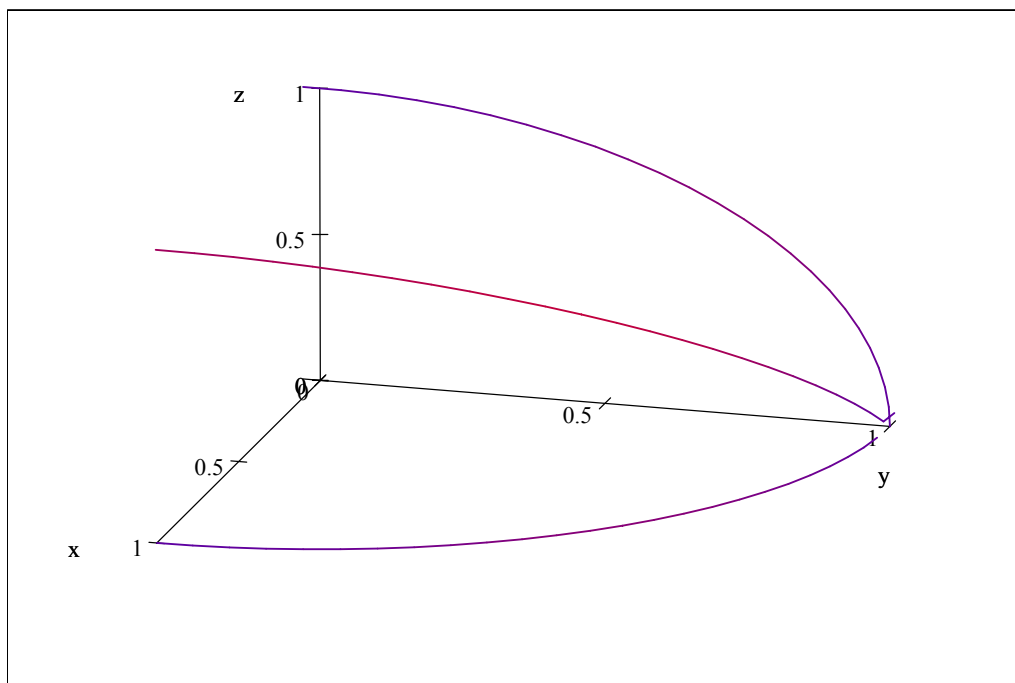
$$\begin{aligned} z &= -x \\ z &= x \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

Vamos escolher o cilindros

$$y^2 + z^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 1$$



2) Determinar as equações paramétricas da curva de interseção das superfícies $x^2 + y^2 = 4$ e $x + y - z = 0$

Solução:

$$x = 2 \cos t \quad y = 2 \sin t \quad z = 2 \cos t + 2 \sin t$$

3) Dada a curva $y = \frac{2}{2+x^2}$ no plano xy :

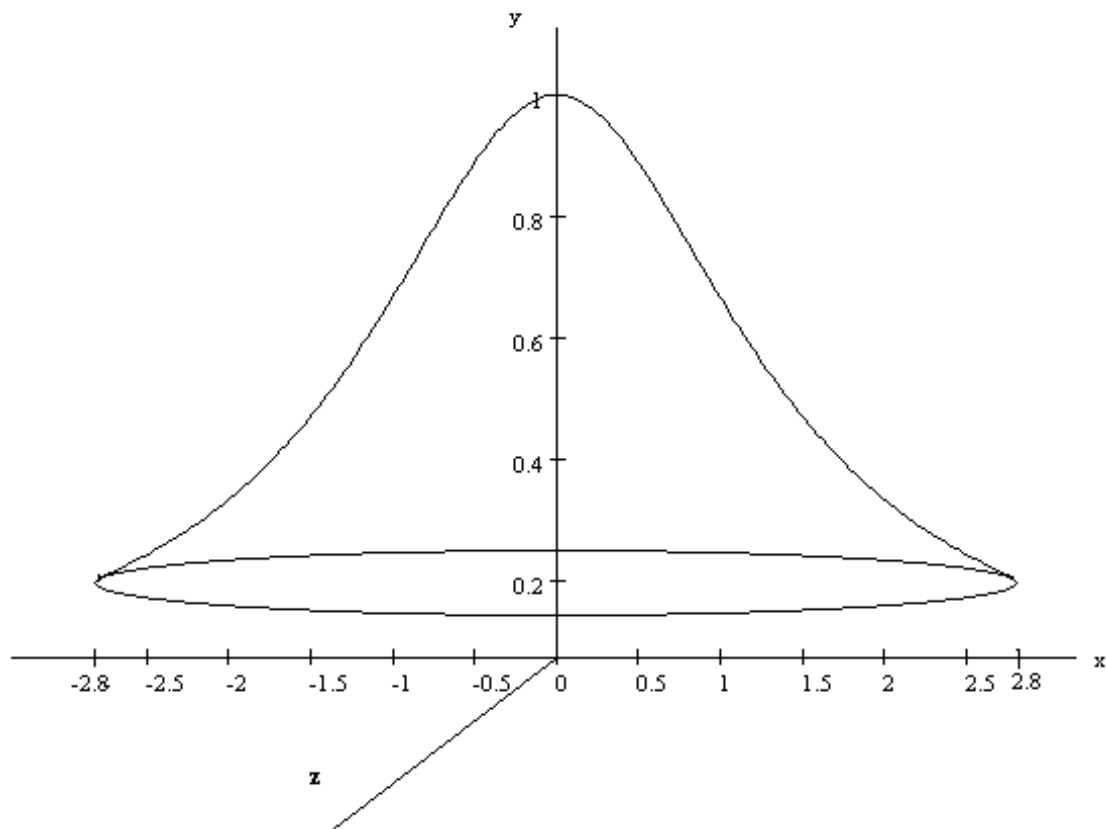
a) Determinar a equação da superfície de revolução obtida pela rotação da curva $y = \frac{2}{2+x^2}$ em torno do eixo y (0,5 pt)

Solução:

$$y = \frac{2}{2 + x^2 + z^2}$$

b) Fazer um desenho da superfície de revolução obtida pela rotação da curva $y = \frac{2}{2+x^2}$ em torno do eixo y . Fazer o desenho da superfície apenas para x no intervalo $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$. Use escalas nos eixos cartesianos x e y do seu desenho. (1,5 pt)

Solução:

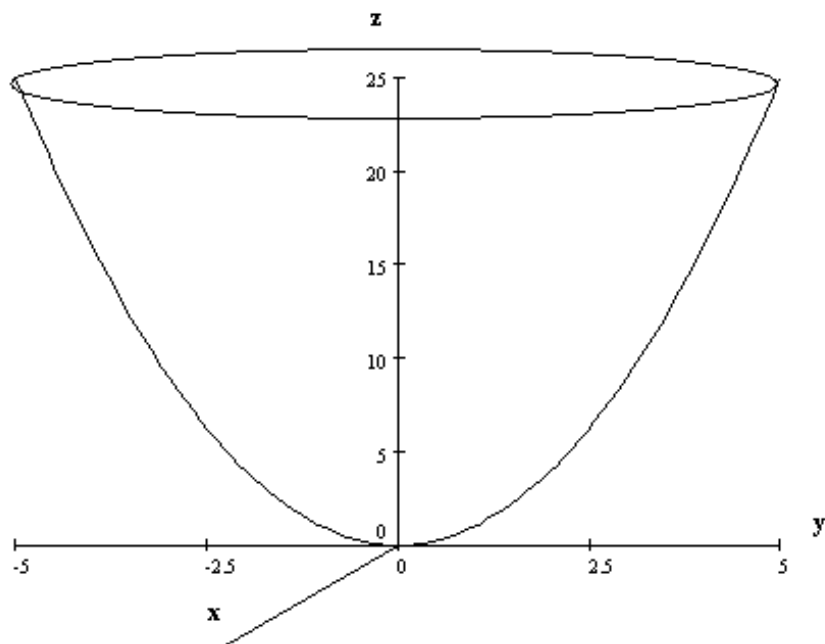


4) Dada a superfície $x^2 + y^2 - z = 0$.

a) Faça um desenho desta superfície e a identifique. Use escalas nos eixos do sistema cartesiano. (0,5 pt).

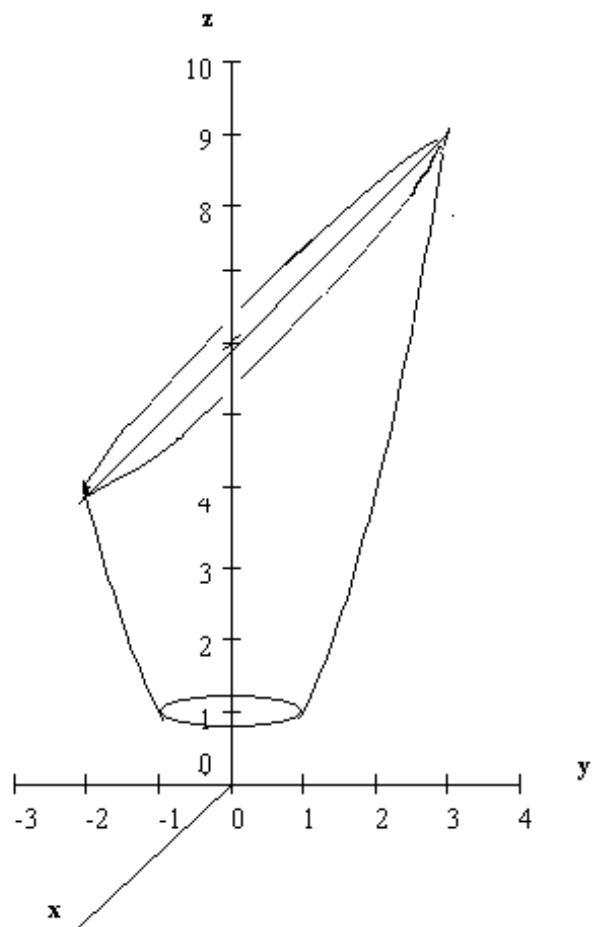
Solução

Parabolóide Elíptico



b) Construa o volume delimitado lateralmente pela superfície $x^2 + y^2 - z = 0$, inferiormente pela superfície $z = 1$ e superiormente pela superfície $z = y + 6$. (1,5 pt).

Solução



5) Construa o volume do sólido delimitado superiormente pela superfícies $x^2 + y^2 = z^2$, lateralmente pela superfície $x^2 + y^2 = 4x$ e inferiormente pelo plano $z = 0$

Solução:

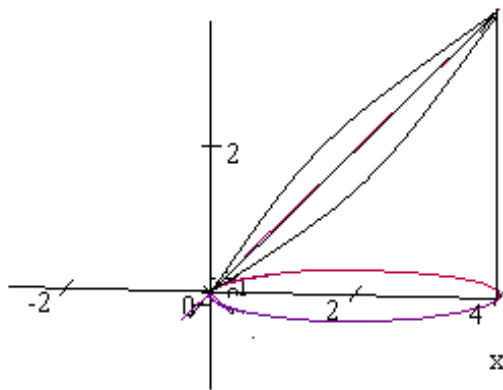


Figure 1:

