LISTA DE EXERCÍCIOS - VETORES

PRODUTO ESCALAR

1) Sendo $\vec{u} = (2,3,1)$ e $\vec{v} = (1,4,5)$. Calcular:

a) $\vec{u} \bullet \vec{v}$ b) $(\vec{u} - \vec{v})$ B) $(\vec{u} - \vec{v})^2$ c) $(\vec{u} + \vec{v})^2$ d) $(3\vec{u} - 2\vec{v})^2$ e) $(2\vec{u} - 3\vec{v}) \bullet (\vec{u} + 2\vec{v})$

RESP: a) 19 b)(1, -1, -4) B) 18 c)94 d)66 e) –205

2)Sendo $\vec{a}=(2,-1,1)$, $\vec{b}=(1,-2,-2)$ e $\vec{c}=(1,1,-1)$. Calcular um vetor $\vec{v}=(x,y,z)$, tal que $\vec{v} \bullet \vec{a} = 4$, $\vec{v} \bullet \vec{b} = -9$ e $\vec{v} \bullet \vec{c} = 5$. **RESP:** $\vec{v}=(3,4,2)$

3)Sejam os vetores $\vec{a}=(1,-m,-3)$, $\vec{b}=(m+3,4-m,1)$ e $\vec{c}=(m,-2,7)$. Determinar m para que $\vec{a} \bullet \vec{b} = (\vec{a}+\vec{b}) \bullet \vec{c}$.

RESP: m=2

4) Determinar a, de modo que o ângulo Â do triângulo ABC, seja 60^0. Dados: A(1,0,2), B(3,1,3) e C(a+1,–2,3). **RESP:** -1 ou $\frac{13}{5}$

5) Dados os pontos A (4,0,1), B(5,1,3) C(3,2,5) e D(2,1,3). Determine:

a) se eles foram alguma figura. Em caso afirmativo, qual?

b) O ângulo entre as retas paralelas aos vetores $\overrightarrow{BD}$ e $\overrightarrow{AC}$.

RESP: a) Paralelogramo b) $\alpha = \arccos\frac{\sqrt{21}}{21} = 102^0 36'44{,}22''$.

6) Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formam um ângulo de 60^0. Sabe-se que $||\vec{u}||=8$ e $||\vec{v}||=5$, calcule:

a) $||\vec{u}+\vec{v}||$ b) $||\vec{u}-\vec{v}||$ c) $||2\vec{u}+3\vec{v}||$ d) $||4\vec{u}-5\vec{v}||$

RESP: a) $\sqrt{129}$ b)7 c) $\sqrt{721}$ d) $\sqrt{849}$

7) Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formam um ângulo de 150^0, sabe-se que $||\vec{a}||=\sqrt{3}$ e que $||\vec{b}||=\sqrt{2}$, Calcule:

a) $||\vec{a}+\vec{b}||$ b) $||\vec{a}-\vec{b}||$ c) $||3\vec{a}+2\vec{b}||$ d) $||5\vec{a}-4\vec{b}||$

RESP: a) $\sqrt{5-3\sqrt{2}}$ b) $\sqrt{5+3\sqrt{2}}$ c) $\sqrt{35-18\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{107+60\sqrt{2}}$

8)Determinar o valor de x para que os vetores $\vec{v}_1 = x\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{v}_2 = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, sejam ortogonais.

RESP: x=–4

9)Determine um vetor unitário ortogonal aos vetores $\vec{a}=(2,6,-1)$ e $\vec{b}=(0,-2,1)$.

RESP: $\vec{c} = \left(\mp\frac{2}{3}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}\right)$

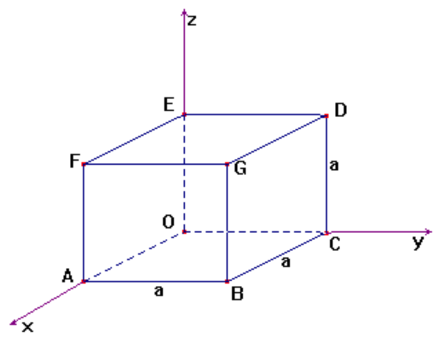
10)Dados $\vec{a}=(2,1,-3)$ e $\vec{b}=(1,-2,1)$, determinar o vetor $\vec{v} \perp \vec{a}$, $\vec{v} \perp \vec{b}$ e $||\vec{v}||=5$.

RESP: $\vec{v} = \pm\dfrac{5\sqrt{3}}{3}(1,1,1)$

11)Dados dois vetores $\vec{a}$ =(3,–1,5) e $\vec{b}$=(1,2,–3), achar um vetor $\vec{x}$, sabendo-se que ele é perpendicular ao eixo OZ , e que verifica as seguintes relações: $\vec{x}\bullet\vec{a}$=9, e $\vec{x}\bullet\vec{b}$=–4.

RESP: $\vec{x}$=(2,–3,0)

12)Seja o cubo de aresta *a* representado na figura abaixo. Determinar:



a)$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$

b)$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}$

c)$\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OB}$

d)$|\overrightarrow{OB}|$ e $|\overrightarrow{OG}|$

e)$\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{CG}$

f)$(\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{AB})\overrightarrow{OG}$

g)o ângulo agudo entre a diagonal do cubo e uma aresta;

h)o ângulo agudo formado por duas diagonais do cubo.

RESP: a)0 b)0 c)0 d)$a\sqrt{2}$ e $a\sqrt{3}$ e)a^2 f)(a^3,a^3,a^3)

g)$\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{3} \cong 54^0 44'$ h)$\arccos\dfrac{1}{3} \cong 70^0 31'$

13)Calcule o ângulo formado pelas medianas traçadas pelos vértices dos ângulos agudos de um triângulo retângulo isósceles. **RESP:** $\theta=\arccos\dfrac{4}{5}$,$\theta \cong 36^0$ 52'11,6''

14)Um vetor $\vec{v}$ forma ângulos agudos congruentes com os semi-eixos coordenados positivos. Calcule suas coordenadas sabendo que $||\vec{v}||$= 3. **RESP:** $\vec{v} = \sqrt{3}(1,1,1)$.

15)Um vetor unitário $\vec{v}$ forma com o eixo coordenado OX um ângulo de 60^0 e com os outros dois eixos OY e OZ ângulos congruentes. Calcule as coordenadas de $\vec{v}$.

RESP: $\vec{v} = \left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{6}}{4},\dfrac{\sqrt{6}}{4}\right)$ ou $\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{6}}{4},-\dfrac{\sqrt{6}}{4}\right)$

16) O vetor $\vec{v} = (-1,-1,-2)$ forma um ângulo de 60^0 com o vetor $\overrightarrow{AB}$, onde A (0,3,4) e B(m, –1,2). Calcular o valor de m. **RESP:** m=–34 ou m=2

17)Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formam um ângulo $\theta=\dfrac{\pi}{6}$, calcular o ângulo entre os vetores $\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}$ e $\vec{q}=\vec{a}-\vec{b}$, sabendo que $||\vec{a}||=\sqrt{3}$ e $||\vec{b}||$= 1. **RESP:** $\cos\theta=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$,$\theta\cong 40^0$53'36,2''

18) Dados $\vec{u}$=(2,–3,–6) e $\vec{v}=3\vec{i}-4\vec{j}-4\vec{k}$, determine:

a) a projeção algébrica de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$ (norma do vetor projeção de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$);

b) O vetor projeção de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$. **RESP:** a)6 b) $\frac{6}{7}(2,-3,-6)$

19)Decomponha o vetor $\vec{v}=(-1,2,-3)$ em dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tais que $\vec{a}//\vec{w}$ e $\vec{b}\perp\vec{w}$, com $\vec{w}=(2,1,-1)$.

RESP: $\vec{a}=\left(1,\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ e $\vec{b}=\left(-2,\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$

20)São dados os vetores $\vec{v}_1=(1,1,1)$, $\vec{v}_2=(-1,2,3)$ e $\vec{v}_3=(26,6,8)$. Decompor o vetor $\vec{v}_3$ em dois vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ ortogonais entre si, sendo $\vec{x}$ simultaneamente ortogonal a $\vec{v}_1$ e a $\vec{v}_2$.

RESP: $\vec{x}=(1,-4,3)$ e $\vec{y}=(25,10,5)$

21)São dados $\vec{v}_1=(3,2,2)$ e $\vec{v}_2=(18,-22,-5)$, determine um vetor $\vec{v}$, que seja ortogonal à $\vec{v}_1$ e a $\vec{v}_2$, tal que forme com o eixo OY um ângulo obtuso e que $||\vec{v}||=28$.

RESP: $\vec{v}=(-8,-12,24)$

22)Os vértices de um triângulo são M(1,1,2) ,N(5,1,3) e Q(−3,9,3). Calcule as coordenadas do vetor $\overrightarrow{MH}$, onde H é o pé da altura relativa ao lado NQ.

RESP: $\overrightarrow{MH}=(2,2,1)$

Fonte:
Do Departamento de Matemática da UDESC - Joinville
Retirado da lista de exercícios – Profª Mara de Carvalho – UERJ