Ajustamento

por

Mílton Procópio de Borba

1. *Ajustamento*

0 método trata de encontrar a função F de característica conhecida que melhor representa um conjunto de pontos obtidos por algum processo impreciso. Esta função objetiva ajustar este valores satisfazendo uma lei de formação.

1.1. Método dos Mínimos Quadrados

Dado um conjunto de ri pontos (X_k, Y_k), e uma Curva y = F(x) ("lei de relacionamento") que deveria ser obedecida entre X_k, e Y_k, definimos "Distância" entre o conjunto dos pontos e a Curva ao valor

$D = \sum_{k=1}^{n} [Y_k - F(X_k)]^2$. Gostaríamos que este valor D fosse o mínimo possível.

Por exemplo, se medirmos as coordenadas de vários pontos durante um lançamento oblíquo, gostaríamos que estes valores satisfizessem à uma parábola ($y = F(x) = a.x^2 + b.x + c$).

1.2. Ajuste polinomial

Usaremos um polinômio P_m de grau m pré definido como sendo a "lei de relacionamento" procurada. 0 problema consistirá, então, em determinar os melhores coeficientes do polinômio:

$$P_m(x) = a_0.x^m + a_1.x^{m-1} + a_2.x^{m-2} + ... + a_{m-2}.x^2 + a_{m-1}.x + a_m.$$

Como D depende destes coeficientes a_j, D será mínimo quando as derivadas parciais de D em relação aos coeficientes; forem todas nulas. Isto nos levará a resolver um sistema de (m+1) equações (a derivada em relação a cada coeficiente = 0) com (m+1) incógnitas (os coeficientes):

$$\begin{vmatrix} \Sigma_{2m} & \Sigma_{2m-1} & \Sigma_{2m-2} & \cdots & \Sigma_m \\ \Sigma_{2m-1} & \Sigma_{2m-2} & \cdots & \Sigma_m & \Sigma_{m-1} \\ \Sigma_{2m-2} & \cdots & \Sigma_m & \Sigma_{m-1} & \cdots \\ \cdots & \Sigma_m & \Sigma_{m-1} & \cdots & \Sigma_1 \\ \Sigma_m & \Sigma_{m-1} & \cdots & \Sigma_1 & n \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdots \\ a_{m-1} \\ a_m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_m \\ S_{m-1} \\ \cdots \\ S_1 \\ S_0 \end{vmatrix}$$

Estes Σ_k são as somas das potências de x^k e os S_k são as somas dos produtos $x^k.y$, obtidos pela seguinte tabela, extensão da tabela dada:

x^{2m}	x^{2m-1}	x^{2m-2}	...	x^2	x	y	x.y	$x^2.y$	...	$x^{m-1}.y$	$x^m.y$
					x_0	y_0					
					x_1	y_1					
					x_2	y_2					
					...	...					
					x_{n-1}	y_{n-1}					
					x_n	y_n					
Σ_{2m}	Σ_{2m-1}	Σ_{2m-2}	...	Σ_2	Σ_1	S_0	S_1	S_2	...	S_{m-1}	S_m

1.3. Ajuste exponencial e potencial

É muito freqüente a necessidade de ajuste de dados por uma função exponencial do tipo $z = A.e^{bx}$, ou uma função potencial do tipo $z = C.t^E$.

Aplicando logaritmo a estas funções, se obtém suas linearizações, ou seja, polinômios de grau 1:

$z = A.e^{bx} \rightarrow Ln(z) = Ln(A) + b.x \rightarrow y = a_0.x + a_1$, com $y = Ln(z)$, $a_0 = b$ e $a_1 = Ln(A)$.

$z = C.t^E \rightarrow Ln(z) = Ln(C) + E.Ln(t) \rightarrow y = a_0.x + a_1$, com $y = Ln(z)$, $x = Ln(t)$ $a_0 = E$ e $a_1 = Ln(C)$.