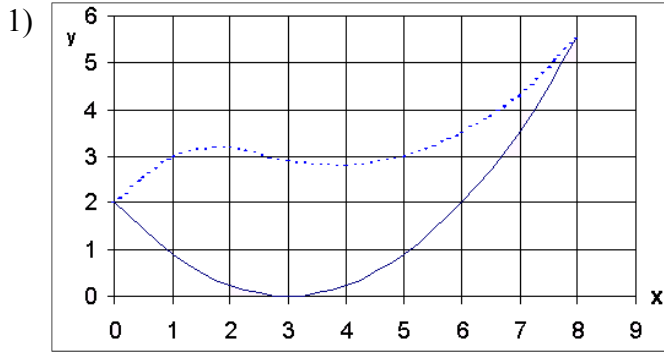
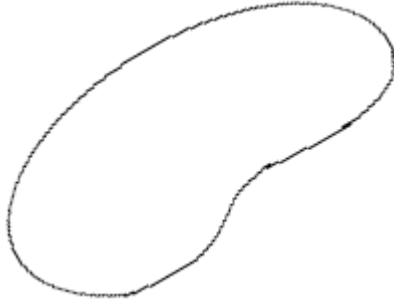


Exercícios de CAN – Integrais - Prof. Milton



- a) Calcule a área entre as duas curvas, (com erro < 0,01 u.a.)
- b) Qual o comprimento da parábola?



- 2) Use qualquer método numérico para calcular a área da figura ao lado com *erro* < **0,01 cm²**.
- 3) Escreva um resumo do que sabe a respeito do erro cometido pela integração numérica.

- 4) Qual o comprimento da curva $y = 2 \operatorname{sen}(x/3)$ entre $x = 0$ e $x = 360^\circ$, com *erro* < 10^{-3} .

5) Complete nos Para o cálculo da integral de f entre $x = -1$ e $x = 1$

Trapézio	 $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$
Simpson	 $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$
Gauss	 $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$ + $f(\dots)$

- 6) Calcule (com *erro* < 10^{-3}) o volume gerado pela rotação da superfície delimitado pelas quatro linhas: $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$ e $y = e^{-x^2}$.

- 7) Mostre que $\ln(x) \approx \frac{h}{3} \left(1 + \frac{4}{1+h} + \frac{2}{1+2h} + \frac{4}{1+3h} + \dots + \frac{4}{x-h} + \frac{1}{x} \right)$. Qual o maior erro cometido por este processo ?

- 8) Calcule **por dois métodos diferentes**, o comprimento da curva $y = 3e^{-2x}$ entre $x = 0$ e $x = 1$, com *erro* < **0,001**.

- 9) Explique o um dos métodos (*Romberg* ou *Gauss*) não usado na questão anterior.

- 10) Preencha as lacunas ____ de forma a obter os melhores resultados para a integral de f , em $[a, b]$:
- a) ____ $h \cdot [f(a) + \dots f(x_1) + \dots f(x_2) + \dots f(x_3) + \dots \dots f(x_{10}) + \dots f(x_{11}) + \dots f(b)]$
- b) ____ $h \cdot [f(a) + \dots f(x_1) + \dots f(x_2) + \dots f(x_3) + \dots \dots f(x_9) + \dots f(x_{10}) + \dots f(b)]$

- 11) Calcule a área entre as curvas: xe^{-2x} , $3e^{-2x}$, $x = -1$ e $x = 5$.
- 12) Calcule a superfície de revolução gerada pela curva $y = x^3/6$ entre $x = 0$ e $x = 3$.
- 13) Calcule o volume gerado pela rotação de $y = (x+5) / (x^3 + 4x^2 + 3x)^{1/2}$ entre $x = 1$ e $x = 4$.

- 14) Use o método de *Romberg* para calcular $\int_0^4 x^2 e^{-x} dx$ (com *erro* < **0,005**).

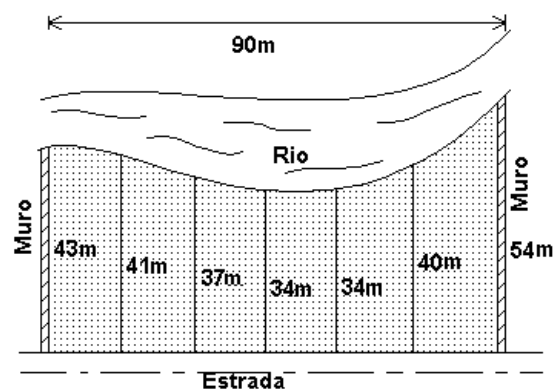
- 15) Quantos *trapézios* deveríamos considerar para obter (com *erro* < **0,001**) a integral de e^{-x^2} no intervalo $[0,4]$?

Exercícios de CAN – Integrais - Prof. Milton

- 16) Use *Romberg* para calcular a integral do exercício anterior.
- 17) Escreva sobre Integração Definida por Newton-Cotes de ordem 3.
- 18) Use o método de *Romberg* para calcular $\int_{-2}^4 e^x \cdot \cos x \cdot dx$ (com *erro* < **0,001**).
- 19) Subdivida o intervalo $[0, 3]$ em seis partes para calcular : $\int_0^3 \sqrt{1 + 2x^2} \cdot dx$ (usando a Regra de *Simpson*).
- 20) Quantos trapézios seriam necessários (sem usar *Romberg*) para calcular a integral do exercício anterior, com a mesma exatidão ?
- 21) Calcule o comprimento do arco de $y = 9 - x^2$ entre $x = -1$ e $x = 5$, com erro < **0,01** ?
- 22) Resuma seus conhecimentos sobre o método de *Gauss* para integração, citando ainda, as funções que podem e as que não podem ser integradas por este método.
- 23) Calcule, pela regra de Simpson, com **9** valores, a integral ao lado.
Considerando que, com **6** decimais, o valor exato é de **0,227105**, quantos trapézios seriam necessários para obter a mesma exatidão que no primeiro cálculo? $\left| \int_0^2 x \cdot e^{-2x} dx \right|$
- 24) Calcule, com *erro* $\leq 10^{-3}$, o valor da integral de $x \cdot \ln(x)$, no intervalo $[1, 5]$.
- 25) Considere a função $\rho(\theta) = 5 - 2 \cdot e^{-\theta}$ em coordenadas polares.
Calcule a área delimitada por esta "espira" na primeira volta (para θ entre 0 e 2π).
- 26) Um objeto lançado horizontalmente de uma altura de **5m** descreve parabólica $y = 5 - 5x^2/4$.
Calcule o espaço percorrido pelo objeto até atingir o solo.
- 27) Calcule a área da *lemniscata* $\rho^2 = 9 \sin(2\theta)$.
- 28) A integral definida de $F(x)$, com x entre a e b pode ser calculada aproximadamente por:
 $(3/8)h \cdot [F(a) + 3F_1 + 3F_2 + 2F_3 + 3F_4 + 3F_5 + 2F_6 + 3F_7 + 3F_8 + F(b)]$.
a) Para quais funções este cálculo fica correto? por que ?
b) Como se justificam todos aqueles coeficientes ?
c) Use a fórmula acima para calcular a integral de $x^2 \cdot e^{-x}$, no intervalo de -1 a 5 .
- 29) Qual o volume gerado pela rotação completa da região limitada pela curva $y = (x+1)(x-4)$, entre as retas $x = 1$ e $x = 3$, em torno do eixo OX ?
- 30) Calcule o comprimento do arco de $y = 9 - x^2$ entre $x = -3$ e $x = 3$, com erro < **0,01** ?
- 31) Deve-se avaliar o polinômio $p(x) = 10 - x^3 + 9x^2$ em quantos pontos para calcular, por *Trapézios*, sua integral entre $x = 1$ e $x = 5$, com precisão de 10^{-6} ? e por *Simpson* ?
- 32) Use *Romberg* para calcular o comprimento da senoide $y = 6 \sin(x/3)$ desde $x = 0$ até $x = 3\pi$, com precisão de 10^{-4} .
- 33) Use um método de *Newton-Cotes* para calcular a área no plano XOY delimitada pelo eixo OX , pelas retas $x = 1$ até $x = 9$ e pela curva $y = x^3 - 8x^2 + 15x$ de forma a obter a melhor resposta.
- 34) Use *Romberg* para calcular a integral de $5xe^{-3x}$, entre $x = 0$ e $x = 0,6$, com precisão de 10^{-4} .
- 35) Use *Romberg* para calcular a integral de $\sqrt{1+2x^2}$, entre $x = 0$ e $x = 6$, com precisão de 10^{-4} .
Quantos trapézios seriam necessários (sem usar *Romberg*) ?

Exercícios de CAN – Integrais - Prof. Milton

- 36) Subdivida $[-1, 1]$ em 4 subintervalos para calcular, por *Simpson*, a integral de $(2-x^4)$.
- 37) Calcule a integral da questão anterior, agora usando o método de *Gauss*.
- 38) Qual o erro máximo que se comete ao integrar $f(x) = e^{-2x} \text{sen}(x/3)/x$ em $[0, 3n]$ com n intervalos?
- 39) Qual o erro máximo que se comete ao calcular $\text{arc tg } T$ por: $\frac{h}{2} \left(1 + \frac{2}{1+h^2} + \frac{2}{1+4h^2} + \frac{2}{1+9h^2} + \dots + \frac{2}{1+(T-h)^2} + \frac{1}{1+T^2} \right)$?
- 40) Use *Romberg* para calcular a integral de $(1/x) \log(x)$, entre $x = 2$ e $x = 10$, com precisão de 10^{-4} .
- 41) Quantos subintervalos devemos tomar para calcular, por *Simpson*, a integral de $\text{sen}(x/2)$ desde $x = 0$ até $x = \pi/2$, com erro não superior a 10^{-5} ? e 10^{-10} ? Qual o valor da integral com precisão de 10^{-5} ?
- 42) Calcule a área do terreno como na figura ao lado:
- 43) Calcule o comprimento da curva $y = e^x + e^{-x}$, entre as retas $x = -2$ e $x = 2$ usando o método de *Romberg*.
- 44) Calcule $\int_0^3 \frac{\ln(x^2 + 5)}{x + 3} dx$, com erro $< 10^{-3}$.
- 45) Calcule o comprimento da folha de zinco necessária para confeccionar a telha com formato da curva dada por $y = 0,25 \text{sen}(10x)$, com comprimento de $3,14m$.
- 46) Segundo o artigo *V.W. Antonetti; The equations governing weight change in human beings; American Journal of Clinical Nutrition; 1973; vol.26; n°1; pgs. 64-71*, o tempo T (dias) necessário para que um regime possa reduzir o “peso” de uma pessoa de p_0 (libras) para p_f (libras) é dado pela integral definida $T = 3.500 \int_{p_0}^{p_f} \frac{dp}{0,9C - A.p - B.p^{0,425}}$, onde C representa o poder calorífico da dieta (1.500, 2.000 ou 2.500)kcal/d; A representa um coeficiente (tabelado) que depende do tipo de atividade física da pessoa e B representa outro coeficiente (tabelado) que depende da idade e sexo da pessoa. Calcule T para o caso em que $p_0 = 180 \text{ lb}$, $p_f = 130 \text{ lb}$, $A = 5,75 \text{ kcal/(d.lb)}$ e $B = 199 \text{ kcal/(d.lb)}$, com os três diferentes poderes caloríficos.



Exercícios de CAN – Integrais - Prof. Milton

Algumas respostas :

- 1a) **15,04ua**1b) **11,56uc**
- 2) **10,78cm²**
- 8) **2,832uc**
- 14) **1,524**
- 15) **69**
- 16) **0,886**
- 18) **- 38,414**
- 19) **7,30**
- 20) **19**
- 21) **27,35uc**
- 28c) **2,47**
- 30) **19,49uc**
- 31) **80013**
- 32) **15,8111uc**
- 34) **0,2984**
- 35) **26,6343600**
- 36) **3,5833**
- 40) **1,0469**
- 41) **2140,58579**
- 43) **12,225uc**
- 45) **6,109uc**
- 46) **144dias231dias696dias**