Exercícios de Zeros de Funções - Prof. Milton

1) Resolva $2x^3 - 10x + 9 = 0$ com duas decimais, encontrando uma das raízes por dois processos bem diferentes.

2) Quando uma força (***F***) é aplicada verticalmente a uma alavanca (de comprimento ***L***) para torcer um eixo (de raio ***R***), o ângulo α resultante é dado por $F(R+L)\cos\alpha = K\alpha$, onde ***K*** é a constante de resistência à torção do material. Se $L=0,5\ m$, $R = 2\ cm$ e $K = 10^4\ Nm/rd$, qual o ângulo para os casos de aplicarmos forças de ***520N*** e ***800N*** ?

3) Para calcular a raiz cúbica de certo número ***N***, podemos usar $\sqrt{\ }$ e fazer:

X_0 = maior inteiro com cubo menor que ***N;*** e depois $X_{k+1} = \sqrt{N / X_k} \rightarrow$ raiz procurada, com **k** grande.

a) Justifique este procedimento.

b) Use-o para calcular $\sqrt[3]{90}$ com três decimais exatas.

c) Como proceder se não pudéssemos usar $\sqrt{\ }$, e só as 4 operações básicas ?

4) A taxa de juros (***j***) cobrados numa compra em ***3*** prestações fixas, cada uma de ***R$ 400,00***, com preço a vista que valia ***R$ 1.000,00*** é dado pela relação $j = 100(x-1)$, onde ***x*** é a raiz de $5x^3 - 2x^2 - 2x = 2$.

a) Calcule esta taxa de juros com uma decimal

b) Encontre as demais raízes deste polinômio com precisão de milésimos.

5) Encontre todas as raízes da equação $9\cos t + 2t = 6$, com precisão de 10^{-2}.

6) Para calcular a raiz quinta de certo número ***N***, podemos fazer:

X_0 = maior inteiro tal que $X_0^{\ 5} > N$,

$x = X_k$,

$X_{k+1} = (4.x^5 + N)/(5x^4) \rightarrow$ raiz procurada, com ***k*** grande.

a) Justifique este procedimento.

b) Teste este processo para calcular a raiz quinta de ***1000***.

c) Qual o processo análogo para raiz cúbica ?

7) Encontre as duas menores raízes de $f(x) = e^{-x} - 2sen3x$.

8) Além do método de *Newton-Raphson,* cite outros dois métodos que podem ser usados para determinar numericamente raízes de funções. Explique seus funcionamentos.

9) Cite as principais diferenças (facilidades / dificuldades) na resolução dos seguintes problemas (tendo em consideração que se trata da mesma equação, com $x = 1 + j/100$):

a) Achar a solução de $10x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 3x - 3 = 0$;

b) Calcule esta taxa de juros (***j***) efetivamente cobrada numa compra que custaria ***R$ 500,00*** a vista, mas foi paga em quatro prestações fixas iguais de ***R$ 150,00***.

10) Encontre o mínimo valor de $f(t) = tg(t) / t^2$ no primeiro quadrante.

11) Encontre duas das três raízes da equação $f(x) = 5e^{-x} - 1/x^2 = 0$.

12) A seguinte equação relaciona a massa final ***Mf*** com a massa inicial ***Mo*** do combustível necessário para imprimir uma variação de velocidade equivalente a $\Delta = 6900\ m/s$ num intervalo de tempo de $t = 3$ *dias*, quando são gastos $\alpha = 0,005\ Kg/W$ de combustível e os gases são expelidos com velocidade de ***v*** *m/s*.

Determine o valor de ***v*** para que a razão ***Mf/Mo*** seja mínima.

$$Mf = Mo.\left[e^{\frac{-\Delta}{v}} - \frac{\alpha.v^2}{2t}\left(1 - e^{\frac{-\Delta}{v}}\right)\right]$$

13) Sejam ***A***, ***B***, ***C*** e ***D*** os vértices de um trapézio com os ângulos ***A*** e ***B*** retos. As diagonais ***BC*** e ***AD*** medem respectivamente ***30*** *cm* e ***20*** *cm* e se cruzam a ***8*** *cm* da base ***AB***. Neste caso, o lado ***BD*** satisfaz a seguinte equação: $x^4 - 16x^3 + 500x^2 - 8000x + 32000 = 0$. Encontre todas as raízes deste polinômio.

Exercícios de Zeros de Funções - Prof. Milton

14) O polinômio $x^4 - 7x^3 + 12x^2 + 4x - 16$ tem -1 e 2 como raízes. Usando o método de Newton-Raphson com $x_0 = -0,1$, se obtém a raiz $x = 4$.
Justifique este fato (-1 e 2 estão mais próximos de $-0,1$) !

15) A pressão P (Kgf/cm^2) exercida sobre um disco horizontal de raio r (cm) necessária para afundá-lo até 30 *cm* num certo terreno é dada por $P = a.e^{b.r} + c.r$, com $a = 1,8$, $b = 0,09$ e $c = -0,1$. Calcule o raio do menor disco capaz de suportar um peso de 8.000 *Kgf*, sem afundar mais de 30 *cm*.

16) Para calcular $\sqrt[3]{100}$, numa máquina que só tem $\sqrt{\ }$, podemos fazer:

$X_0 = 5$

$X_{k+1} = \sqrt{\dfrac{100}{X_k}} \rightarrow$ raiz, com k grande

a) Justifique este procedimento.
b) Como poderíamos fazer se a máquina nem tivesse $\sqrt{\ }$?
(só $+\ -\ \times\ \div$)

17) Encontre as raízes de $x^4 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$.
18) Achar o máximo de $f(x) = e^{-x} sen\ 3x - 2x$, com x no intervalo $[-3 , 3]$.
19) Resolva $4t^3 + 5t^2 - 8 = 0$.
20) Encontre as duas maiores raízes de $3\cos x + 4e^{2x} = 0$.
21) Encontre as duas raízes positivas mais próximas de zero: $2sen\ x - xe^{-x} = 0$.
22) Encontre as duas raízes (*erro* $< 0,001$) de $x^3 + x^2 - 2x - 3\cos x = 0$, mais próximas de $x = 0$.
23) A taxa de juros (j) cobrados numa compra em 4 prestações fixas, cada uma de *R$* $260,00$, com preço a vista de *R$* $1000,00$ é dado pela relação $j = 100(x-1)$, onde x é a raiz do seguinte polinômio $50x^4 - 13x^3 - 13x^2 - 13x = 13$.
Encontre as todas as raízes desta equação e a taxa de juros (j).
24) Duas cargas elétricas de mesmo sinal estão situadas nos pontos A e B, distantes 2 *metros* entre si. Entre elas é colocada outra carga que só pode se mover sobre a reta AB. A posição de equilíbrio desta terceira carga fica a uma distância x (*metros*) do ponto A. Sabendo que x satisfaz à equação polinomial $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 32x + 32 = 0$, encontre esta posição e as demais raízes deste polinômio.
25) A expressão $(2T/p).senh(pd/2T) = c$ relaciona a tensão T a que está sujeito um fio de peso específico linear p, de comprimento c, pendurado por dois pontos, na mesma altura, distantes entre si de uma distância d. Calcule a flecha f dada por $f = (T/p).[cosh(pd/2T) - 1]$, no caso em que c vale $50m$, enquanto d vale $46m$ e p vale $0,2\ Kgf/m$.
26) Idem para o caso de $c = 40m$, $d = 37m$ e $p = 0,2\ Kgf/m$.
27) Calcule todas os zeros de $f(t) = \cos t + t/3 - 1/2$.
28) Justifique: Com $Xo = 0$, a função de iteração $X_{k+1} = \cos X_k$ converge para solução de $x - \cos x = 0$;
com $Xo = 4$, a função de iteração $X_{k+1} = (50/X_k)^{1/2}$ converge para $\sqrt[3]{50}$;
mas com $Xo = 4$, a função de iteração $X_{k+1} = 50/X_k^2$ não converge.
29) A equação $G + (\pi GK/\sqrt{2})^{2/3} = 1$ representa a relação entre o coeficiente G de potencial útil e o coeficiente K da resistência interna num circuito elétrico. Faça o gráfico de $G = f(K)$, para $0 < K < 1$.
30) Calcule as três raízes mais próximas de $t=0$ de $f(t) = tg(t) + e^t$.
31) Considere $I(t) = 5\,te^{-t} + 4\cos t$ no intervalo $t \in [0 , 3]$. Calcule o máximo I.
32) Quando uma força (F) é aplicada verticalmente a uma alavanca (de comprimento L) para torcer um eixo (de raio R), o ângulo α resultante é dado por $F(R+L)\cos\ \alpha = K\ \alpha$, onde K é a constante de resistência à torção do material. Se $L=0,6\ m$, $R = 0,1\ m$ e $K = 500\ mKgf/rd$, qual o ângulo para os casos de aplicarmos forças de $40Kgf$ e $70Kgf$?

Exercícios de Zeros de Funções - Prof. Milton

Algumas respostas :

1)	*-2,595*	$1,298 \pm 0,225\, i$		
2)	*0,02703 rd*	*0,04156 rd*		
3b)	$4 \rightarrow 4,743 \rightarrow 4,356 \rightarrow \ldots \rightarrow 4,481.$		3c)	$X_{k+1} = (2x^3 + N) / 3x^2$
4a)	*9,7%*		4b)	$-0,3485 \pm 0,4931\, i$
5)	*-0,632*	*1,146*	*4,397*	
6b)	$4 \rightarrow 3,98125 \rightarrow 3,98107$		6c)	$X_{k+1} = (2x^3 + N) / 3x^2$
7)	*0,1485*	*0,9846*		
10)	*0,9477*			
11)	*4,71*	*0,605*	*-0,371*	
13)	*5,94*	*11,71*	$-0,83 \pm 21,4\, i$	
15)	*18,35 cm*			
18)	*8,474*	p/ $x = -1,716$		
19)	*0,9528*	$-1,1014 \pm 0,9412\, i$		
21)	*3,070*	*6,289*	*9,424*	
22)	*1,2412*	*-0,8956*		
23)	*-0,61*	*1,0159*	$0,073 \pm 0,64\, i$	*1,59%*
24)	*1,2122 m*	*3,567*	$-0,380 \pm 2,692\, i$	
25)	*T= 6,45 Kgf*	*f = 8,6 m*		
26)	*T= 5,37 Kgf*	*f = 6,6 m*		
27)	*-0,732*	*1,606*	*3,825*	
31)	*5,0364*	p/ $t = 0,4516$		
32)	*0,0559 rd*	*0,0975 rd*		