

A MODELAGEM MATEMÁTICA NA PREVISÃO DE RECURSOS PARA A VIDA UNIVERSITÁRIA DE UMA CRIANÇA.

Karla Jaqueline Souza Tatsch¹

Lozicler Maria Moro dos Santos²

Vanilde Bisognin³

Resumo

Nesse trabalho utiliza-se a Modelagem Matemática como estratégia para o ensino de Matemática. Essa metodologia é utilizada para descrever o estudo de questões relacionadas à previsão de recursos financeiros para a vida universitária de uma criança. São apresentadas algumas situações-problema relacionadas ao tema, e construídos modelos matemáticos que permitem elucidar as questões propostas, que podem ser construídos com alunos do Ensino Médio. Conclui-se, pelos resultados obtidos, que a Modelagem Matemática é uma excelente estratégia de ensino que possibilita a aprendizagem da matemática a partir de situações-problema, abordando assuntos reais.

Palavras-chaves: Modelagem Matemática, Ensino, Previsão de Recursos para a Vida Universitária de uma Criança.

Introdução

Na atualidade, percebe-se a exigência da adoção de novos métodos de ensino, o que afeta diretamente a postura a ser adotada pelos professores de matemática, em suas aulas, pois se encontram frente a novos e constantes desafios apresentados pelas mudanças da sociedade.

Apresenta-se a necessidade de proporcionar aos alunos o domínio de competências e habilidades, e não apenas o acúmulo de informações, o que pode ser realizado por meio de situações que integrem os alunos ao mundo contemporâneo nas dimensões da cidadania e do trabalho.

Para isso é preciso dar significado ao conhecimento matemático, no sentido de motivar os alunos e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender do aluno. Para atingir estes propósitos, o professor deve, constantemente, buscar a adoção de novas metodologias de ensino, dentre as quais se encontra a Modelagem Matemática.

Centro Universitário Franciscano – UNIFRA – Santa Maria – RS –

¹karlasouzat@hotmail.com

²Lozicler@yahoo.com.br

³vanilde@unifra.br

Nesse trabalho descrevemos uma experiência de sala de aula, da metodologia de Modelagem Matemática realizada na disciplina de Fundamentos de Álgebra, do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática, do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria – Unifra. O tema escolhido foi: Previsão de recursos financeiros para a vida universitária de uma criança. Justifica-se a escolha do tema dada a preocupação constante dos pais quanto à formação do(s) filho(s), quando adultos, que está relacionada com o elevado custo da vida universitária.

Como contribuição ao trabalho docente no caminho para a melhoria do processo ensino-aprendizagem em Matemática na Educação Básica, são construídos e analisados modelos matemáticos que auxiliam na interpretação e resolução de situações-problema relacionadas ao tema, possibilitando o ensino de juros compostos e progressões geométricas.

Modelagem Matemática e a Previsão de recursos financeiros para a vida universitária de uma criança:

Para a realização das atividades que estamos propondo, seguiremos as etapas descritas por Burak (2004) para a utilização da metodologia de Modelagem Matemática. O autor considera cinco etapas para o desenvolvimento das atividades em situações de Modelagem Matemática: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento do(s) problema(s); resolução do(s) problema(s) com o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; e análise crítica das soluções.

Como afirma Colavitti & Botelho (2001), “Vinte anos passam voando e muitos casais jovens já se planejam para custear as despesas futuras dos filhos” (p. 22), há uma grande preocupação por parte dos familiares sobre a futura formação acadêmica de um criança.

Com isso, em muitos orçamentos familiares já está incluído um novo item: a compra de um plano de previdência voltado para a educação dos filhos no futuro, como, por exemplo, o Renda Total Júnior, lançado pela seguradora BrasilPrev, que é uma associação entre o Banco do Brasil e uma empresa americana Principal Financial Group, um gigante internacional do setor, conforme reportagem de Colavitti & Botelho (2001).

O Renda Total Júnior é um tipo de Plano Gerador de Benefícios Livres (PGBL), que é a modalidade de previdência privada mais aceita no Brasil, na atualidade. Foi concebido para a aposentadoria, mas está operando para atender previsões de recursos para a educação superior de jovens.

Segundo Colavitti & Botelho (2001), existem outras instituições financeiras que atuam no ramo, como a Bradesco previdência, que oferece o Prev Jovem, o Unibanco AIG, com o Prever Kids, e, na escolha do plano é preciso determinar a idade em que o menor começará a usufruir o valor acumulado e qual o período de recebimento, que pode ser de quatro a seis anos.

Uma das vantagens da utilização desses planos é a possibilidade de abatimento no imposto de renda e uma rentabilidade superior à caderneta de poupança.

Após a escolha do tema foram selecionados dados e informações sobre o custo de alguns cursos de graduação do Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, de Santa Maria, instituição privada de Ensino Superior, para elaborar os problemas e resolvê-los com o uso da Matemática, a partir dos dados obtidos.

Os valores dos créditos de cada curso estão disponíveis no *site* da UNIFRA: www.unifra.br/proad/valores.

Considerando-se alguns valores de diferentes cursos da instituição tomada como referência para a obtenção dos dados, optou-se por fazer a suposição de que o futuro universitário irá cursar 25 créditos por semana.

Os valores mensais de um curso de licenciatura estão em torno de R\$ 450,00 ao mês, e como têm uma duração média de quatro anos, o custo total de um curso de licenciatura é de R\$ 22.000,00, aproximadamente.

A mensalidade do curso de Direito está, atualmente, no valor de R\$ 750,00, aproximadamente, e tem a duração de cinco anos, o que equivale a um custo de R\$ 45.000,00, para a realização de todo o curso.

O curso de Odontologia está com a mensalidade de R\$ 1.075,00 e possui a duração de quatro anos, em média, totalizando um valor de R\$ 52.000,00.

Sabe-se, ainda, que além dos gastos com mensalidade, é necessário incluir a previsão de despesas com moradia, caso o jovem ingresse em uma instituição superior que localiza-se fora da cidade de seus pais, mais os gastos com alimentação, transporte e materiais necessários para a realização do curso, o que eleva, consideravelmente, as despesas com a formação de um filho.

É evidente a preocupação, por parte dos familiares, sobre o gasto com a educação futura da criança, o que desencadeia o cálculo de previsões de recursos.

Pode-se prever um custo para um determinado curso, que tenha duração de 5 anos (60 meses): R\$ 48.000,00, o que corresponde a 60 parcelas de R\$ 800,00.

Para a realização deste trabalho optou-se por um custo total de um curso em R\$ 48.000,00, que equivale a um valor médio entre os cursos analisados, e foi considerada uma duração de 5 anos (60 meses de R\$ 800,00 em mensalidades).

Os valores correspondentes a outras despesas que terá o futuro universitário foram calculados em R\$ 5.000,00 com despesas de material para o curso, R\$ 12.000,00 com alimentação, que corresponde a 60 meses x R\$ 200,00. O valor calculado para transporte foi de R\$ 2.400,00 (R\$ 1,00 cada passagem x 2 (ida e volta) x 20 (nº de dias no mês) x 60 = 2.400,00); e com vestuário, R\$ 6.000,00 (R\$ 100,00 x 60).

Desta forma o custo total com despesas de transporte, alimentação, material para o curso e vestuário, mais o custo total das mensalidades do curso totalizou R\$ 73.400,00.

Dada a suposição do custo da vida universitária de um filho, é necessário atualizá-lo, para obter o valor que deverá ser economizado para este futuro investimento.

Atualizando monetariamente o valor R\$ 73.400,00, tomando-se como base de cálculos, os valores do Índice de Preços ao Consumidor Amplo – IPCA, dos anos de 2003, 2004 e nos meses de janeiro a abril de 2005, obtem-se a seguinte tabela:

Tabela 1:

Ano	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez	Acumulado
2003	2,25	1,57	1,23	0,97	0,61	-0,15	0,20	0,34	0,78	0,29	0,34	0,52	9,30%
2004	0,76	0,61	0,47	0,37	0,51	0,71	0,91	0,69	0,33	0,44	0,69	0,86	7,60%
2005	0,58	0,59	0,61	0,87	-	-	-	-	-	-	-	-	2,68%

Fonte: Base de Dados do Portal Brasil e IBGE.

Este é o índice oficial do Governo Federal, sendo considerado como o “termômetro” para medição das metas internacionais, contratadas pelo FMI, a partir de julho de 1999.

A média mensal dos valores do IPCA é: 0,75 % em 2003 e de 0,62% em 2004, nos primeiros meses do ano de 2005 é de 0,66%. Assim, calculando-se a média do IPCA nesses períodos obtem-se 0,68%.

Desta forma, vamos utilizar o valor de R\$ 73.400,00 a uma taxa fixa mensal de 0,68% durante o período de 216 meses, que corresponde a 18 anos.

Considerando-se Juros Compostos, tem-se que se S_0 é o saldo atual a ser aplicado, n é o número de meses, i é a taxa de juros, então o saldo, após n meses de aplicação, é dado por

$$S = S_0(1 + i)^n .$$

Assim, o valor a ser economizado, considerando $S_0 = R\$ 73.400,00$, após 216 meses, é de $S = R\$ 317.269,81$.

Para o desenvolvimento das atividades considerou-se um valor aproximado, R\$ 300.000,00, como saldo que deve estar disponível para fazer frente às despesas da educação de uma criança quando ela chegar à universidade. A partir desta hipótese tem-se a seguinte situação-problema:

Situação-problema 1: *Considera-se um casal que tem um filho que irá completar dois anos de idade, no ano de 2005, pergunta-se: Qual o valor, em reais, que esse casal deve depositar, mensalmente, a partir da data de aniversário de dois anos da criança, supondo uma taxa fixa de 0,9% ao mês, para obter um montante de R\$ 300.000,00 quando o filho completar 20 anos?*

Para responder à pergunta do problema precisamos deduzir um modelo matemático que possa fornecer o depósito mensal necessário para acumular R\$ 300.000,00 em 18 anos, que correspondem a 216 meses.

Seja q_0 o valor inicial que será depositado mensalmente a uma taxa de juros i mensal. Após o primeiro mês o saldo é de $(q_0 + iq_0)$. Após o segundo mês, o saldo é de $(1+i)^2 q_0 + (1+i)q_0$ e assim sucessivamente.

Transcorridos n meses o saldo acumulado é dado por:

$$S_n = (1+i)q_0 + (1+i)^2 q_0 + (1+i)^3 q_0 + \dots + (1+i)^{n-1} q_0 + (1+i)^n q_0;$$

que é a soma de uma Progressão Geométrica, dada por:

$$S_n = (1+i) \frac{(1+i)^n - 1}{i} q_0$$

O que nos interessa é o valor de q_0 , o qual é dado por:

$$q_0 = S_n \frac{i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$$

Utilizando-se o modelo matemático construído, o valor mensal que deverá ser depositado, para obter o valor de R\$ 300.000,00 em 216 meses, a uma taxa mensal de 0,9% é:

$$q_0 = 300.000,00 \frac{0,009}{(1+0,009)^{216+1} - (1+0,009)}$$

$$q_0 = 300.000,00 \frac{0,009}{5,9795} = 451,54$$

Ou seja, após 18 anos, o casal terá o valor de R\$ 300.000,00 disponíveis para a educação de seu filho, que estará com 20 anos, se depositar R\$ 451,54, mensalmente, contando com uma taxa fixa de 0,9% ao mês.

A partir dessas questões novas situações podem surgir.

Situação-problema 2: *Supondo que o casal acumulou um saldo de R\$ 300.000,00, qual o valor da retirada mensal que poderá ser realizada, considerando que o curso do filho terá duração de cinco anos?*

Novamente vamos descrever o modelo matemático que permitirá calcular o saldo a cada retirada mensal.

Observemos que após a retirada p do primeiro mês, o saldo restante é:

$$S_1 = (1+i)S_0 - p$$

Após a retirada do segundo mês, o saldo restante é:

$$S_2 = (1+i)S_1 - p = (1+i)^2 S_0 - [(1+i)p + p]$$

Após a retirada no n -ésimo mês o saldo é:

$$S_n = (1+i)^n S_0 - [(1+i)^{n-1} p + \dots + (1+i)p + p]$$

$$\text{Ou seja, } S_n = (1+i)^n S_0 - \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] p$$

Se após n meses o saldo restante é zero, então:

$$p = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} S_0$$

Observemos que, da situação-problema-1 obtivemos um depósito mensal de 451 reais e 54 centavos, durante 18 anos. Supondo que o período de retirada será de cinco anos, o que corresponde a 60 meses, então poderá ser realizada uma retirada mensal de:

$$p = \frac{0,009}{1 - (1,009)^{-60}} \cdot S_{216} = 6.492,85$$

Portanto, poderá ser retirado, no máximo, R\$ 6.492,85, mensalmente, considerando que o valor restante após cada retirada continua sofrendo reajustes de 0,9% todo mês.

Com este valor mensal é possível manter em dia a prestação mensal do curso, e também, fazer frente as demais despesas de estadia, alimentação e compras de materiais para a manutenção do curso.

Situação-problema 3: *Representar geometricamente a situação descrita nas situações anteriormente analisadas, ou seja, representar o gráfico da função que representa o saldo S_n desde o primeiro depósito até a última retirada, no final da vida acadêmica do filho.*

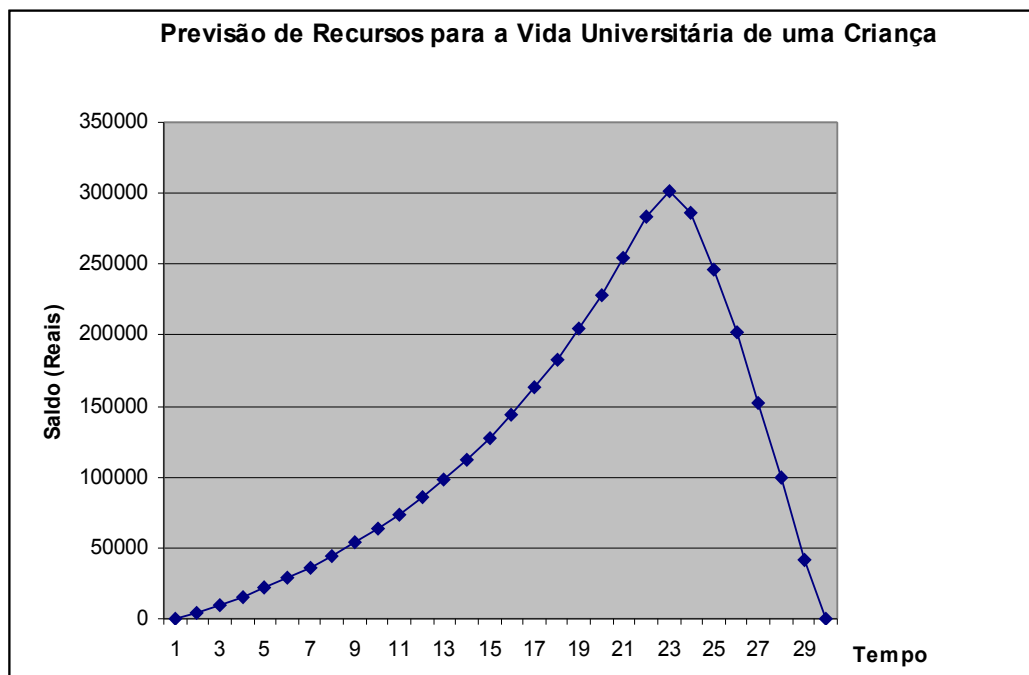
Observamos, primeiramente, que obtivemos a seguinte função:

$$S_n = \begin{cases} (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot q_0, & \text{para } 1 \leq n \leq 216 \\ S_{(n-1)} \cdot (1+i) - p, & \text{para } 217 \leq n \leq 275 \\ 0, & \text{para } n = 276 \end{cases}$$

Escrevemos a função tomando o valor já determinado para q_0 , i e p :

$$S_n = \begin{cases} (1+0,9) \cdot \frac{(1+0,9)^n - 1}{0,9} \cdot 451,54, & \text{para } 1 \leq n \leq 216 \\ S_{(n-1)} \cdot (1+0,9) - 6.492,85, & \text{para } 217 \leq n \leq 275 \\ 0, & \text{para } n = 276 \end{cases}$$

GRÁFICO 1:



O gráfico construído nos permite fazer a análise do Saldo, S , em função do tempo, n . A cada retirada, o Saldo é crescente até o mês 216, e após o mês 216, o Saldo, S , passa a ser decrescente, chegando a zero no mês 276.

Considerações Finais

Como muitos pais não dispõem de recursos para investir de imediato o valor total necessário para o curso universitário de um filho, a possibilidade de oportunizar essa educação reside em aplicar mensalmente uma quantia fixa durante um determinado tempo, como no caso estudado.

O tema abordado, por estar relacionado ao contexto real, ao ser trabalhado em aulas de Matemática, possibilita que seja demonstrada a aplicabilidade e a importância dos conteúdos matemáticos na vida cotidiana, constituindo-se uma forma de dar significado ao estudo da Matemática para a formação geral para a vida.

O trabalho proposto oportunizou vivenciar a metodologia da Modelagem Matemática para o estudo de juros compostos e progressões geométricas, bem como a utilização de

recursos computacionais, para a interpretação e resolução de situações-problema relacionadas ao tema. Esta metodologia permite uma aula motivadora, dinâmica e enriquecedora, que contribui para uma aprendizagem significativa dos conhecimentos matemáticos.

Referências Bibliográficas

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

COLAVITTI, Fernanda; BOTELHO, Carolina. Quanto custa criar um filho, do berço ao diploma. Educação. Veja seu investimento. **Revista Veja**, edição especial, ano 34, n. 44, p. 22 - 23, novembro, 2001.

Disponível em: <<http://www.unifra.br/proad/valores>>. Acesso em: 8 de setembro de 2005.

Disponível em: <<http://www.portalbrasil.gov.br>>. Acesso em: 15 de junho de 2005.