

# **ESTRUTURAS ADITIVAS: UM ESTUDO SOBRE O DESENVOLVIMENTO DA COMPREENSÃO DO RACIOCÍNIO ADITIVO DE ALUNOS DE 1ª A 5ª SÉRIE.**

**NILRA JANE FILGUEIRA BEZERRA<sup>1</sup>**

**LUCIANA MOREIRA BOEIRA<sup>2</sup>**

**BÁRBARA DA SILVA ANACLETO<sup>3</sup>**

## **RESUMO**

Nesta pesquisa, investigamos o desenvolvimento da compreensão das Estruturas Aditivas em 93 alunos de 1ª a 5ª séries da Escola Municipal Castelo Branco, em Tramandaí – RS. Baseamos nossa investigação na teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e em estudos da Educação Matemática que vêm mostrando que os alunos das séries iniciais apresentam dificuldades com relação à resolução de problemas envolvendo estruturas aditivas. Nossos dados foram coletados através de problemas de estruturas aditivas propostos aos alunos, aplicados em sala de aula. As situações-problema apresentadas no nosso instrumento envolvem problemas simples de relações entre o todo e suas partes, problemas inversos de relação parte-todo e problemas comparativos. A análise dos resultados foi realizada levando em conta apenas os cálculos relacionais.

**Palavras-chave:** Estruturas Aditivas, Teoria dos Campos Conceituais, Aprendizagem em Matemática.

---

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA – Canoas/ Professora das Faculdades Cathedral e FESUR-RR, nilrajane@yahoo.com.br.

<sup>2</sup> Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA – Canoas, lucianamoreiraboeira@yahoo.com.br.

<sup>3</sup> Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA – Canoas/Professora da Rede Municipal de Cidreira – RS, barbaraanacleto@terra.com.br.

## 1 INTRODUÇÃO

A aprendizagem em Matemática nas séries iniciais, segundo o [SAEB](#) (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) de 2003 indica que a média nacional foi de 177 pontos, quando o padrão mínimo seria uma média de 200 pontos. Sabe-se que o exame do SAEB propõe na sua estrutura questões que envolvem resoluções de problemas, o que demonstra a dificuldade que os alunos apresentam nesta área. Este fato contraria o esperado em relação a estruturas aditivas, haja vista que, segundo Nunes... [et al.], 2005, “a maioria dos alunos já sabe algo sob aritmética mesmo antes de ingressarem na escola e já devem ter desenvolvido o raciocínio aditivo operatório ao chegarem na 4ª série”, quando são submetidos ao exame do SAEB.

Esses dados preocupantes com relação à aprendizagem em matemática nas séries iniciais, onde deve ser alicerçado o campo conceitual das estruturas aditivas é motivo de muitos estudos nesta área. Apresenta-se nesse contexto a questão básica da nossa pesquisa. Sabe-se que, as crianças antes mesmo de ingressarem na escola já tem desenvolvido o raciocínio aditivo, então como está a compreensão dessas estruturas do decorrer da 1ª a 5ª série?

## 2 ESTRUTURAS ADITIVAS

A pesquisadora Esther Pillar Grossi salienta em um de seus artigos sobre Campo Conceitual que:

As descobertas pós-construtivistas de que as verdadeiras aprendizagens, isto é, aquelas que não são memorizações temporárias, mas aquisições operatórias da inteligência, se fazem no coração de um processo em que os conteúdos científicos são embebidos profundamente em aspectos vivenciais, a saber, as situações, os procedimentos e as representações simbólicas, nos introduzem, visceralmente, na noção de campo conceitual (GROSSI, 2001, p. 33).

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas (VERGNAUD, 1993). Essa teoria criada por Vergnaud não é em si uma teoria didática, entretanto ela oferece uma estrutura à aprendizagem, sua função principal é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos em crianças e adolescentes (VERGNAUD, 1993).

Vergnaud (1993) salienta que, essa teoria não é específica da Matemática, embora inicialmente tenha sido elaborada para explicar o processo de conciliação progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espço e da álgebra.

Segundo Campos e Magina (2001) essa teoria afirma que a aquisição de conhecimento se dá por meio de situações e problemas já conhecidos, e que o conhecimento, portanto, tem características locais. Neste caso, fica sem sentido estudar a adição e subtração isoladamente, isto é, fora de um contexto. O ideal seria estudá-las dentro de um campo conceitual, o das Estruturas Aditivas.

Existe dentro dessas estruturas uma variedade grande de conceitos, que fazem parte do conhecimento que o aluno adquire ao longo das séries iniciais do Ensino Fundamental. Vergnaud (1993) considera o campo conceitual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que requerem uma adição, uma subtração, ou uma combinação dessas operações. E ainda reforça destacando que,

O campo conceitual das estruturas aditivas é, há um tempo, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas (VERGNAUD, 1993, p. 10).

Vale aqui ressaltar que, esses conceitos não estão sozinhos, eles não teriam alcance, se suas funções não lhe fossem dadas, no tratamento das situações, por teoremas verdadeiros.

Vergnaud (1993) identifica seis relações que ele considera como base para argumentar todos os problemas de adição e subtração da aritmética comum. Ele ressalta que esta classificação não saiu pronta do cérebro de um matemático, e sim é resultado de considerações matemáticas e psicológicas. São elas: Composição de duas medidas em uma terceira; Transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final; Relação (quantificada) de comparação entre duas medidas; Composição de duas transformações; Transformação de uma relação; Composição de duas relações.

Quanto a essas classificações Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001), afirmam que,

... elas oferecem uma estrutura teórica que ajuda a entender o significado das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, além de servir de base para o cenário de experiências sobre esses processos matemáticos na sala de aula. Ela ainda contribui para que o professor possa compreender o amplo espectro de significações das operações, evidenciando a complexidade do trabalho a ser realizado para que os alunos ampliem os conceitos envolvidos nessas operações.

Diante dessa afirmação, observamos a importância do trabalho do professor no que diz respeito a sua disposição em observar seus alunos e contribuir na construção do desenvolvimento da compreensão das Estruturas Aditivas.

### 3 OBJETIVO E OPERACIONALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

O presente estudo objetivou investigar o desenvolvimento da compreensão das Estruturas Aditivas em alunos de 1<sup>a</sup> a 5<sup>a</sup> séries da Escola Municipal Castelo Branco em Tramandaí – RS. A investigação deu-se no período de 10 a 14 de outubro de 2005 em cinco turmas de 1<sup>a</sup> a 5<sup>a</sup> séries em uma amostra de 93 alunos, assim distribuídos:

**Tabela 1: Distribuição dos alunos por série.**

Séries	Nº de alunos
1 <sup>a</sup>	18
2 <sup>a</sup>	17
3 <sup>a</sup>	13
4 <sup>a</sup>	18
5 <sup>a</sup>	27

Nos instrumentos aplicados para a coleta de dados foram utilizados os problemas propostos na pesquisa desenvolvida por Terezinha Nunes.. [et al.] publicado no livro Educação Matemática – Números e operações numéricas, vol. 1. Algumas alterações e adaptações foram realizadas nestes instrumentos para adequá-los ao objetivo da presente pesquisa.

Foi elaborada uma lista contendo problemas simples de relações entre o todo e suas partes, problemas inversos de relação parte-todo e problemas comparativos. Ao todo foram sete questões contemplando as relações básicas propostas por Vergnaud. Ressaltamos que, nosso objetivo foi verificar especificamente as dificuldades dos alunos em resolver problemas envolvendo estruturas aditivas em cálculos relacionais e não em cálculos numéricos, por esta razão, trabalhamos com adição sem reservas e subtração sem recursos.

## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### 4.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS – 1<sup>a</sup> A 3<sup>a</sup> SÉRIES.

Apresentamos inicialmente os problemas propostos para as turmas de 1<sup>a</sup> a 3<sup>a</sup> séries, representando graficamente na figura 1 o percentual de acertos em cada questão por série.

#### 4.1.1 PROBLEMAS SIMPLES DE RELAÇÕES ENTRE O TODO E SUAS PARTES.

No problema 1 temos uma quantidade inicial, onde acrescentamos uma outra quantidade. Para resolver o problema, o aluno deve coordenar o esquema de juntar com a contagem.

Analisando as respostas dos alunos nesse problema, percebemos que pouco mais da metade dos alunos da 1ª série erraram, alguns alunos encontraram respostas do tipo 5 ou 8, usando como resposta os números apresentados no problema. Os alunos da 2ª série cometeram erro quando julgaram que o número 1 apresentado para identificar o problema: “problema 1”, fazia parte do contexto da questão, e o utilizaram como dado para resolver o problema. Já na 3ª série, alguns alunos erraram ao interpretar o problema, usando a operação errada.

No problema 2 apresentamos uma quantidade inicial, à qual retiramos uma outra quantidade. Agora o aluno deve usar o esquema de retirar, em coordenação com a contagem. Neste problema os erros não foram tão expressivos, as falhas ocorreram pela interpretação equivocada e por erros graves de subtração.

O problema 3 apresenta duas partes que juntas formam o todo, questionando ao aluno qual o total. Novamente é preciso que o aluno utilize o esquema de juntar coordenado com o da contagem. Ao observar as respostas dos alunos, verificamos que, na 1ª série os alunos apresentam muita dificuldade em reconhecer e interpretar o problema, pois usam na sua interpretação apenas um dos dados apresentado no problema, sem operá-lo com o outro para obter uma combinação, o que representa a falta da combinação dos esquemas juntar e contar. Nas outras séries o erro se deu em função da má organização dos algoritmos o que levou alguns alunos a obterem respostas erradas, mesmo tendo reconhecido que se tratava de uma subtração.

#### **4.1.2 PROBLEMAS INVERSOS DE RELAÇÃO PARTE-TODO.**

Tanto o problema 4 quanto o 5 são chamados “problemas inversos” porque a situação descrita no problema envolve um esquema de ação, mas a solução exige a aplicação do esquema inverso. No problema 4 desconhecemos o todo, acrescentamos uma quantidade a ele apresentamos a quantidade final questionando qual é a quantidade inicial antes das operações. Temos a adição como inversa da subtração. Como para resolver este problema o aluno deve refletir um pouco mais, a fim de interpretá-lo e utilizar o esquema correto, houve um grande percentual de erros em todas as séries, onde os alunos adicionaram o valor ganho ao total, usando a pista semântica falsa “ganhou”.

Segundo Piaget, as crianças desenvolvem os esquemas de juntar e separar independente um do outro, sem fazer nenhuma relação entre os dois. Para que o aluno consiga coordenar os dois esquemas e reconhecer a relação inversa que existe entre a adição e subtração é necessário que ele possua uma compreensão mais avançada passando do

conhecimento baseado em esquemas de ação para um conceito operatório de adição e subtração.

#### 4.1.3 PROBLEMAS COMPARATIVOS.

Na nossa pesquisa, os problemas comparativos são o 6 e o 7. No 6 informamos o número de alunos e de cadeiras e perguntamos se “há mais alunos ou cadeiras”. Essa questão tem por finalidade saber se os alunos conhecem o sentido comparativo da palavra “mais”. Podemos avaliar o percentual de acertos dos alunos de 1ª a 3ª série na figura 1. Vale ressaltar que, como nosso objetivo era simplesmente avaliar o desenvolvimento do raciocínio aditivo nos alunos, sempre que necessário, fizemos a leitura dos problemas, para que a falta de habilidade em leitura não influenciasse no nosso resultado.

A seguir destacamos a representação gráfica desses resultados:

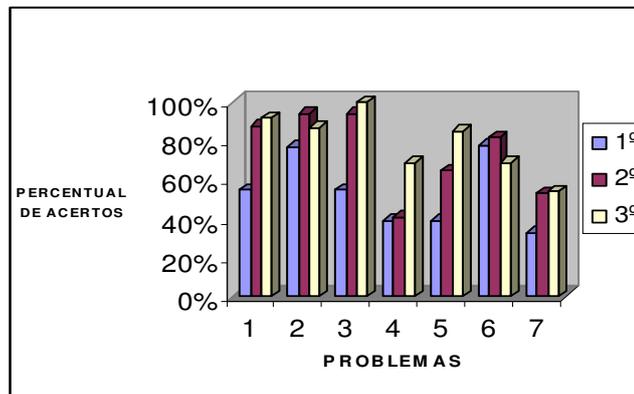


FIGURA 1: Percentual de acertos dos alunos de 1ª a 3ª séries.

#### 4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS – 4ª E 5ª SÉRIES.

Apresentamos os problemas propostos para as turmas de 4ª e 5ª séries, representando graficamente na figura 2 o percentual de acertos em cada questão por série.

Utilizamos a mesma classificação das turmas de 1ª a 3ª séries, porém elaboramos outros problemas com valores numéricos maiores, no entanto tivemos a preocupação de não colocar adição com reserva e subtração com recurso, para não confundir o nosso objetivo, que é apenas verificar o cálculo relacional e não o numérico.

##### 4.2.1 PROBLEMAS SIMPLES DE RELAÇÕES ENTRE O TODO E SUAS PARTES.

Nessa classificação enquadram-se os problemas 1 e 2. No problema 1 temos uma quantidade inicial, onde acrescentamos uma outra quantidade e perguntamos qual é o resultado. Para resolver esse problema, o aluno deve coordenar o esquema de juntar com a contagem. A média de acerto foi acima de 90% na 5ª série e atingiu 89% na 4ª série. No

problema 2, são dadas duas quantidades e é pedido que eles respondam quanto uma quantidade é a mais que a outra. Nesse caso, os alunos têm que utilizar a subtração para chegar ao resultado, no entanto se deixaram levar pela pista semântica “mais” que o problema oferece. Como se pode observar no gráfico da figura 2, a 4ª série não atingiu 60% de acerto e a 5ª série atingiu apenas 63%, o que demonstra a dificuldade dos alunos na compreensão desse tipo de problema.

#### 4.2.2 PROBLEMAS INVERSOS DE RELAÇÃO PARTE-TODO.

Nessa classificação de problemas, no nosso instrumento, é contemplado pelos problemas 3, 4 e 7, onde é descrito na situação um esquema de ação e o aluno precisa utilizar o inverso para respondê-lo. É necessário nesse tipo de problema que o aluno apresente bastante compreensão na interpretação, para que ele possa usar a inversão e não se deixe levar pelas pistas semânticas que é dado no enunciado. O nosso resultado, na 4ª série variou entre 56 e 89% e na 5ª série o percentual de acerto variou entre 67 e 81%. Resultado não muito satisfatório, uma vez que, nestas séries os alunos já devem dominar bem esses esquemas.

#### 4.2.3 PROBLEMAS COMPARATIVOS.

Utilizamos os problemas 5 e 6 como comparativos, em que damos duas quantidades, os alunos teriam que dizer qual das duas tinha “mais” e quanto uma é a mais que a outra. Aqui os alunos precisam comparar as quantidades e quantificar essa comparação para dar corretamente as respostas. Observamos um nível de acerto de apenas 63% nas duas séries na hora de quantificar essa comparação, porém, para interpretar o sentido comparativo da palavra “mais”, o percentual de acertos ultrapassou 80% nas duas séries. Essa interpretação é muito simples para alunos de 4ª e 5ª séries e esse percentual condiz com a nossa expectativa.

A representação gráfica desses resultados está ilustrada pela figura 2.

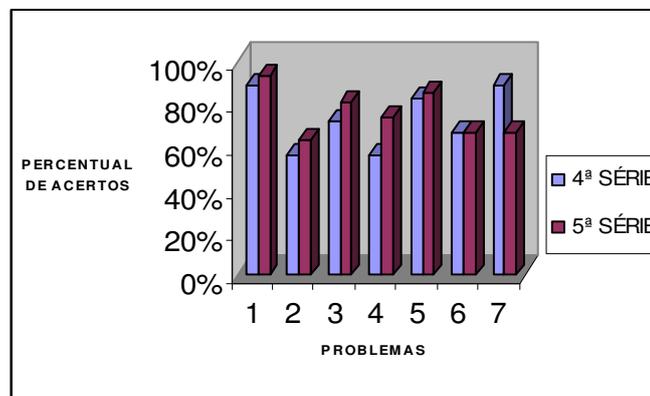


FIGURA 2: Percentual de acertos dos alunos de 4ª e 5ª séries.

## 5 CONCLUSÕES

Concluindo nosso estudo podemos observar que, concordamos com Piaget quando ele diz que os conceitos de adição e subtração têm origem nos esquemas de ação. Há três esquemas de ação relacionados ao raciocínio aditivo: juntar, retirar, e colocar em correspondência um a um (NUNES... [et all], 2005). Sabemos que no dia a dia as crianças usam esses esquemas naturalmente, no entanto podemos observar com a nossa pesquisa que não só os alunos de 1ª série, mas também os demais, algumas vezes não conseguiam desenvolver meios de estabelecer relações entre esses esquemas de ação e as estruturas propostas nas situações problemas.

Acreditamos que deve haver uma mudança na forma de ensinar. Vimos com frequência professores ensinando a adição e subtração fora de nenhum contexto. Enquanto o que é importante é trabalhar a coordenação dos três esquemas de ação<sup>4</sup> ligados a esses conceitos.

Concluimos também com a nossa pesquisa que, os alunos não compreendem as relações implícitas na situação problema, deixando-se muitas vezes, enganar pelas pistas semânticas que o problema oferece. Os erros dos alunos não se diferenciam muito de 1ª a 5ª série, nos levando a concluir que não há uma preocupação por parte dos professores em corrigir as falhas existentes no campo conceitual das estruturas aditivas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GROSSI, Ester. **Campo Conceitual da Matemática na Alfabetização numa Incursão Primeira**. Seminário Internacional sobre Didática da Matemática. p. 33 - 38. Setembro, 2001.

INEP, Sistema de Avaliação da Educação Básica – **SAEB – MEC**. Brasília, 2003.

MAGINA, S., CAMPOS, T., NUNES, T. E GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração**. São Paulo: Ed. PROEM, 2001.

NUNES, T. [et al.]. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

PIAGET, J. & INHELDER, B. **A Psicologia da Criança**, 15ª edição. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil Ed., 1998.

VERGNAUD, G. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**. **Revista do GEEMPA**. Nº 04. p. 10 - 19. Julho, 1996.

\_\_\_\_\_. (1993). **Teoria dos Campos Conceituais**. In Nasser, L. (ed.) 1. Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p. 1 – 26.

---

<sup>4</sup> Esquemas de ação do raciocínio aditivo: juntar, retirar e colocar em correspondência um a um.