GÊMEOS DE FATORAÇÃO

Lucilene Baccon[1]
Fabricia Marques Ferreira[2]
Claus Haetinger[3]

RESUMO

Este relato de experiência baseia-se num trabalho desenvolvido na disciplina Matemática VI do curso de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, e que posteriormente aplicamos em algumas turmas do Ensino Médio de uma Escola Pública do Município de Arvorezinha-RS. Apresentamos uma técnica interessante e de fácil compreensão para fatorar polinômios, com resultados satisfatórios, tanto pelo envolvimento e pela aprendizagem dos estudantes quanto, sobretudo, pela motivação e interesse dos mesmos por conceitos algébricos.

PALAVRAS-CHAVE: Experiência Didática; Polinômios; Gêmeos de Fatoração.

INTRODUÇÃO

Considerando que, em geral, a abordagem de conceitos algébricos em sala de aula é considerada monótona pelo fato do professor utilizar uma metodologia muito complexa na visão do aluno, este simplesmente reproduz o que lhe é proposto, desmotivando-se.

Realizamos pesquisas bibliográficas e estudos para encontrar técnicas interessantes e de fácil compreensão envolvendo esses conceitos, mais especificamente para fatoração de polinômios, na expectativa de tornar as aulas mais prazerosas e desafiadoras, desenvolvendo uma aprendizagem mais significativa para os alunos.

Um dos temas encontrados denomina-se "Gêmeos de Fatoração" (GF, por brevidade). Os GF podem estimular a curiosidade de todos aqueles que se interessam por fatoração de polinômios, desde o Ensino Médio até o Ensino Superior, onde se constituem num exemplo ilustrativo no estudo da Álgebra. Baseamo-nos em (COXFORD, 1995, cap. 25).

---

1 Acadêmica do curso de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Centro III, bolsista de Iniciação Científica da FAPERGS, e-mail: baccon@msbnet.com.br
2 Acadêmica do curso de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Centro III, bolsista de Iniciação Científica da FAPERGS, e-mail: fabriciaferreira@univates.br
3 Doutor em Matemática (Álgebra), Professor Titular da UNIVATES, Centro III, e-mail: chaet@univates.br, URL: http://ensino.univates.br/~chaet

Inicialmente, desenvolvemos este tema em uma atividade proposta num projeto de iniciação científica do qual as duas co-autoras são integrantes com bolsa FAPERGS, orientadas pelo Prof. Dr. Claus Haetinger, em pesquisa integrante do Grupo de Pesquisa "Álgebra: teoria, ensino, usos e aplicações", certificado no CNPq. Num segundo momento, esta proposta foi apresentada a alunos de graduação na disciplina de Matemática VI do curso de Ciências Exatas da UNIVATES, no semestre B/2004. Posteriormente, aplicamo-la em algumas turmas de uma Escola de Ensino Médio no Município de Arvorezinha-RS.

METODOLOGIA

A técnica desenvolvida baseia-se num estudo de fatoração de polinômios, onde nos referirmos a $ax^2 + bx \pm c$ como GF sempre que esses dois trinômios são decomponíveis em fatores lineares sobre os inteiros. A partir de um trinômio dado, do tipo $x^2 + bx \pm c$, usando-se o "método ac", exemplificado abaixo, obtém-se uma lista de pares de fatores do produto ac, suas somas e suas diferenças. **Exemplo:** $2x^2 + bx \pm 27$

54 (ac)	*Soma*	*Diferença*
54 . 1	55	53
27 . 2	29	25
18 . 3	21	**15**
9 . 6	**15**	3

Logo, o trinômio $2x^2 + 15x \pm 27$ é um GF, pois 15 aparece na soma e na diferença. De fato:

$$2x^2 + 15x + 27$$
$$2x^2 + (9x + 6x) + 27$$
$$(2x^2 + 9x) + (6x + 27)$$
$$x(2x + 9) + 3(2x + 9)$$
$$(2x + 9)(x + 3)$$

$$2x^2 + 15x - 27$$
$$2x^2 + (18x - 3x) - 27$$
$$(2x^2 + 18x) + (-3x - 27)$$
$$2\,x(x + 9) - 3(x + 9)$$
$$(x + 9)(2x - 3)$$

Já, $x^2 + bx \pm 36$ não é um GF, pois não há nenhum número que apareça como soma e como diferença de dois fatores simultâneos de 36.

36 (ac)	*Soma*	*Diferença*
36 . 1	37	35
18 . 2	20	16
12 . 3	15	9
9 . 4	13	5
6 . 6	12	0

Os GF também podem produzir variações interessantes e instrutivas em alguns problemas.

Exemplo: $| x^2 - 5x| = 6$

Uma variação como essa, com quatro soluções em vez de duas, pode estimular alguma reflexão por parte do aluno sobre o que realmente a questão encerra. O problema dado é equivalente a: $x^2 - 5x = 6$ ou $-(x^2 - 5x) = 6$; $x^2 - 5x - 6 = 0$ ou $x^2 - 5x + 6 = 0$; $(x - 6)(x + 1) = 0$ ou $(x - 2)(x - 3) = 0$.

Não se necessita dos coeficientes dos GF, mas seu uso garante que os dois trinômios sejam fatoráveis. As considerações gráficas levam a compreender porque as soluções são 4.

Justamente dado o apelo visual da interpretação gráfica, desenvolvemos as atividades paralelamente no laboratório de Informática, utilizando aplicativos de domínio público como o *Graphmatica*[4] e o *Winplot*[5].

Como complemento, desenvolvemos um pequeno programa de computador, em linguagem *Java*, em que o algoritmo dos GF pode ser aplicado a diversos exemplos. O estudo e o desenvolvimento de algoritmos é outra faceta importante que o tema proposto nos permite explorar com os estudantes.

CONCLUSÕES E AÇÕES FUTURAS

Pelo desenvolvimento da proposta apresentada, pudemos perceber que o tema GF estimulou a curiosidade dos alunos por conceitos algébricos, obtendo uma aprendizagem significativa. Ademais, os GF podem ser uma abordagem alternativa no estudo de polinômios no Ensino Médio e em algumas disciplinas da graduação, especialmente nos cursos de licenciatura.

Como ações futuras, pretendemos desenvolver outros tópicos como, por exemplo, o estudo de raízes estranhas e das equações recíprocas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLOCH, S.C.; *Excel para Engenheiros e Cientistas*. Rio de Janeiro, LTC, 2004. ISBN 85-216-1395-4.

COXFORD, A.F.; SHULTE, A.; *As Idéias da Álgebra;* São Paulo: Atual, (1995).

GARBI, G.G.; *O Romance das Equações Algébricas: A História da Álgebra.* São Paulo: Makron Books, (1997), ISBN 85-346-0730-3.

HEFEZ, A.; *Curso de Álgebra, Volume I;* Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPq, (1993).

RUGGIERO, M.A.G.; LOPES, V.L. da R.*; Cálculo Numérico*, São Paulo: Makron Books, 1996.

4 *Software* de domínio público fabricado pela kSoft. http://www8.pair.com/ksoft/

5 *Software* de domínio público fabricado pela Peanut. http://math.exeter.edu/rparris