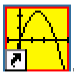
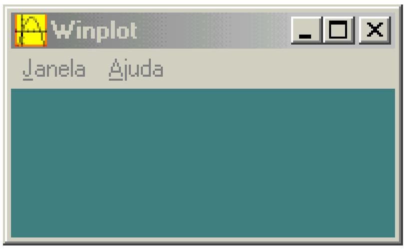
# MÓDULO 1 - Abrindo o Winplot e construindo gráficos

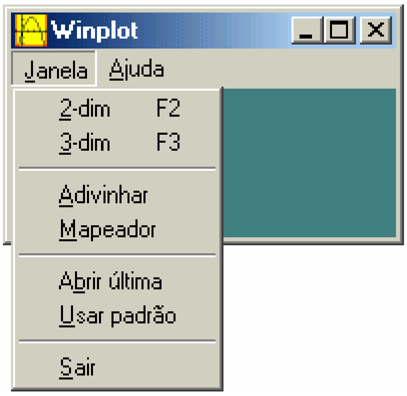
## 1 - Abrindo o Winplot

Para abrir o Winplot.exe clique duas vezes no ícone . Abrirá a caixa:



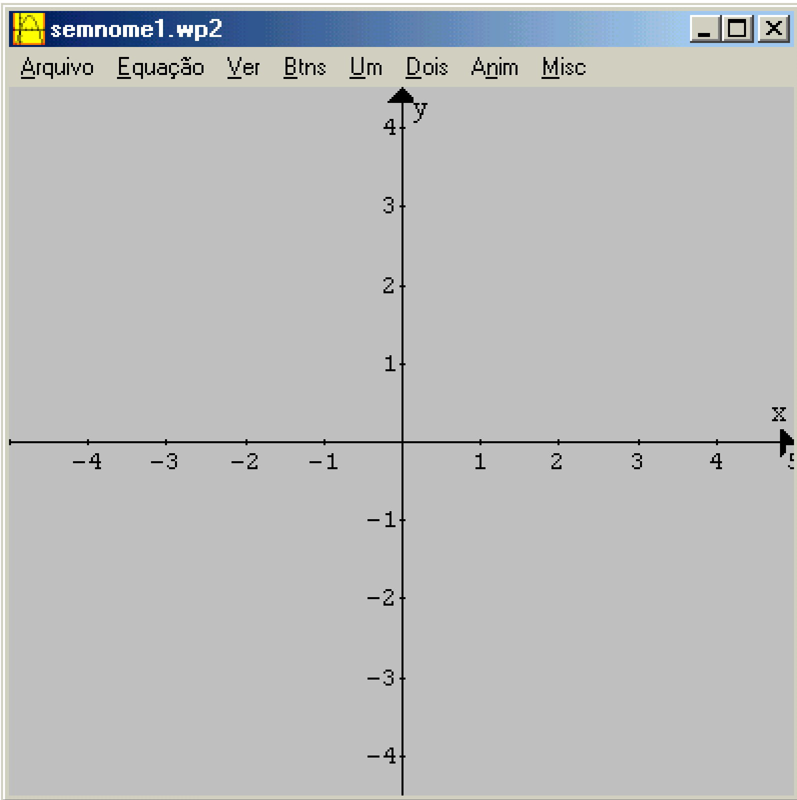

Clique (uma vez) no botão 

. Surgirá uma coluna:



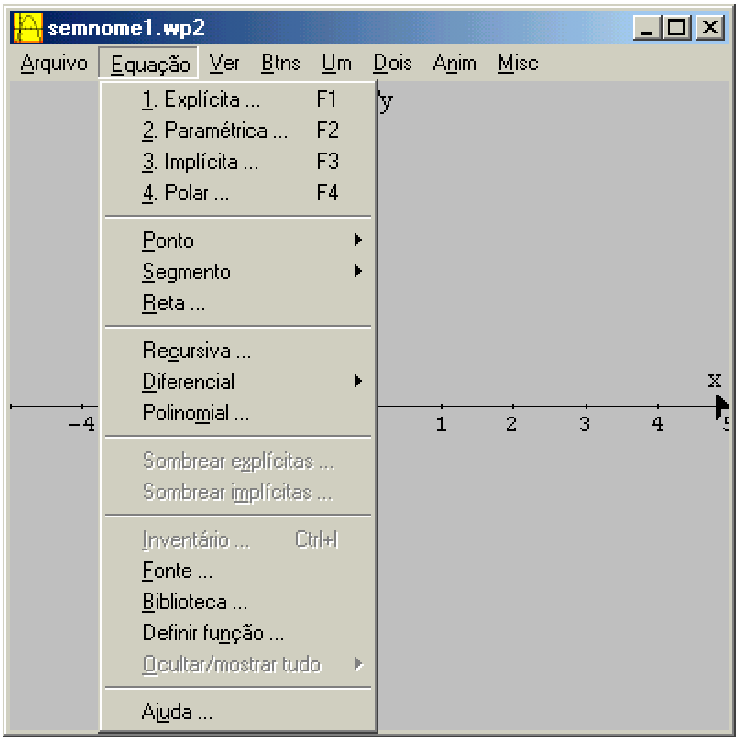

Clique no botão 

. Abrirá a janela semnome1.wp2:



Clique no botão Equação para introduzir uma equação nova.

Na janela **semnome1.wp2** surgirá uma coluna abaixo do botão Equação, conforme a figura:

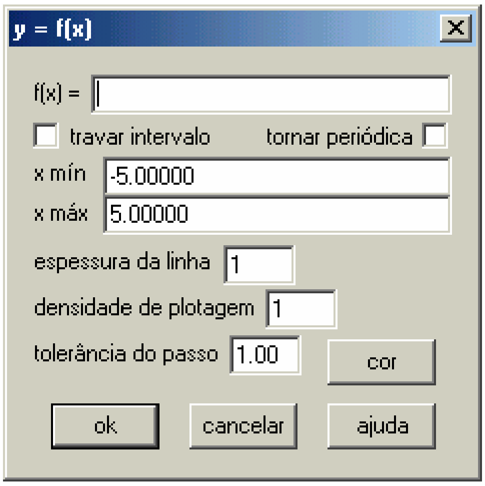



As equações podem ser inseridas na forma:

1. Explícita (F1)
2. Paramétrica (F2)
3. Implícita (F3)
4. Polar (F4)

> Neste módulo trabalharemos com as equações na forma explícita.

Clique no botão 1. Explícita ... F1, surgirá a caixa abaixo:



## 2 - Criando gráficos de funções do 1º grau

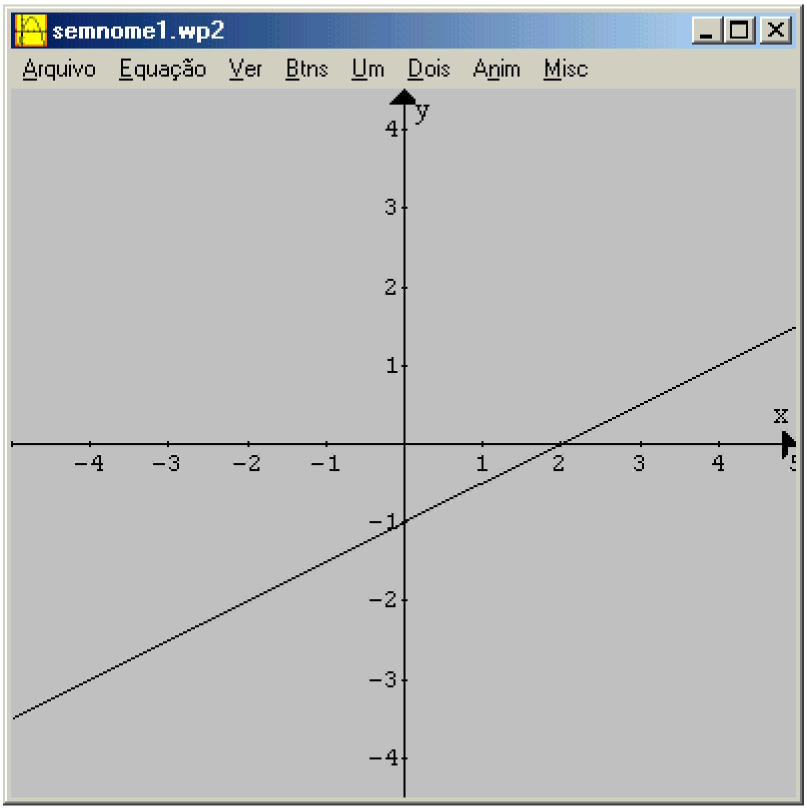
Na janela y=f(x), digite no espaço 

, a função f(x) = **(1/2)x – 1**

Clique no botão 

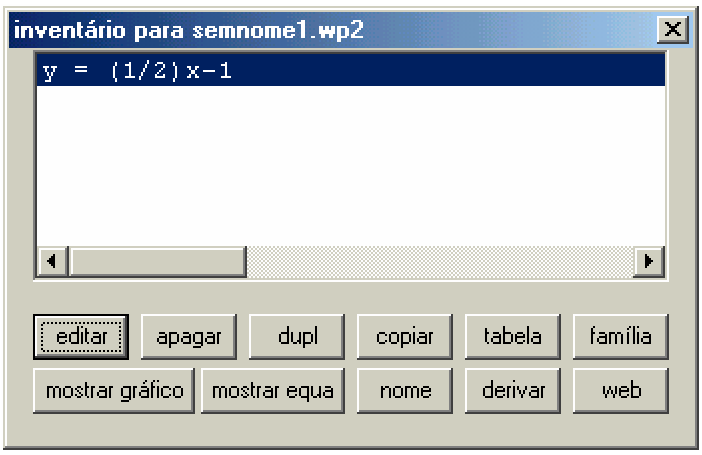
.

Na janela de gráfico (semnome1.wp2) aparecerá o gráfico da função digitada.




## 3 - Criando novos gráficos de funções na mesma janela senome1.wp2

Para introduzir novos gráficos, use a janela



Clicando no botão dupl, abrirá uma janela perguntando se deseja apagar o gráfico original.


Caso queira apagar o gráfico anterior tecle o botão sim.

Caso queira permanecer com o gráfico anterior tecle em não.

**<u>Exercício:</u>**

Utilizando o Winplot construa o gráfico das funções abaixo indicadas.

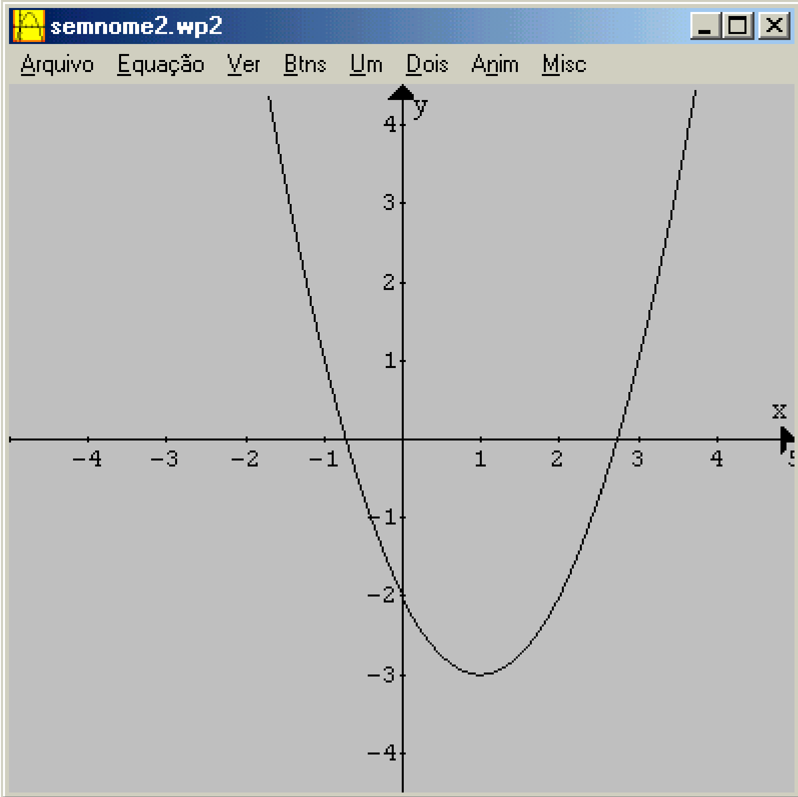
| | |
|---|---|
| a) f(x) = x + 1 | f) f(x) = 3x + 3 |
| b) f(x) = x – 1 | g) f(x) = 2x + 3 |
| c) f(x) = -x + 1 | h) f(x) = -2x + 3 |
| d) f(x) = -x – 1 | i) f(x) = -2x – 3 |
| e) f(x) = 3x + 1 | j) f(x) = -3x + 1 |

## 4 - <u>Criando gráficos de funções do 2º grau</u>

... Para obtermos **$x^n$** devemos digitar na coluna f(x) = da janela **y = f(x)**, **x^n**.

Na janela **y=f(x)**, digite no espaço f(x) = , a função f(x) = **x^2 – 2x – 2**

Na janela de gráfico (**semnome2.wp2**) aparecerá o gráfico da função digitada.




**Exercício:**

Utilizando o Winplot construa o gráfico das funções abaixo indicadas.

| | |
|---|---|
| a) f(x) = x^2 + x + 1 | f) f(x) = -2x^2 +3x + 3 |
| b) f(x) = 2x^2 + x + 1 | g) f(x) = x^2 - x + 2 |
| c) f(x) = -x^2 + x + 1 | h) f(x) = 3x^2 + x - 2 |
| d) f(x) = x^2 -2x + 1 | i) f(x) = x^2 + x |
| e) f(x) = -x^2 +2x - 1 | j) f(x) = x^2 - 4 |

# MÓDULO 2 – Explorando a função do 1º grau

## 1 – Usando o Winplot para estudar o coeficiente angular da função do 1º grau.

Construa o gráfico da função f(x) = **(1/2)x -1**.

Utilize o mesmo processo de construção de gráfico, já estudado no módulo 1 – Winplot.

**Responda:**

1) Qual o coeficiente angular da função trabalhada?

____________________________________________________________

2) Quanto à monotonicidade esta função é?

☐ Crescente ☐ Decrescente

3) Por quê?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

Utilizando o winplot e não apagando os gráficos das funções anteriores, mude aleatoriamente o valor do coeficiente angular (mantendo o coeficiente linear fixo), coloque valores entre 0 e 1, maiores do que 1, entre -1 e 0 e menores do que -1. Observe o que esta acontecendo.

Responda as questões abaixo.

4) Com valores positivos no coeficiente angular, o que você observou?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

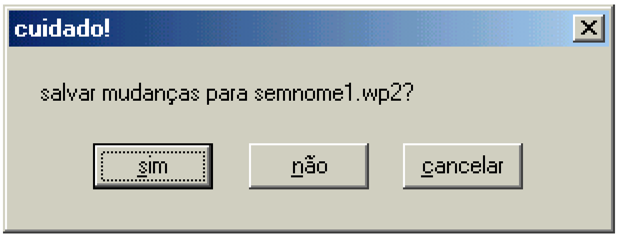
5) Com valores negativos no coeficiente angular, o que você observou?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

Apague todos os gráficos, clicando no botão Fechar .

Aparecerá uma janela, perguntando se você quer salvar os gráficos.




Clique em .

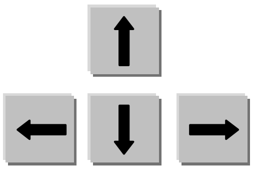

Abra novamente a janela de construção de gráfico do Winplot.

(Lembre-se que estamos construindo gráficos em 2-dimensões).

Construa o gráfico da função f(x) = **(1/10)x – 1**.

Observe onde o gráfico interceptou o eixo x e o eixo y.

Caso o campo de visão da tela do gráfico não permita use as teclas do teclado para movimentá-lo.



Construa um novo gráfico, sem apagar o anterior, mudando somente o coeficiente angular para **1/9** (que é maior do que 1/10). Observe o gráfico. Faça anotações, se achar necessário.

Mude novamente o coeficiente angular para **1/8** (1/8 > 1/9). Observe o gráfico e a relação com os anteriores.

Aplicando o mesmo procedimento, construa novos gráficos, alterando os valores do coeficiente angular para **1/7**, **1/6**, **1/4**, **1/3**, **1/2**, **1**, **1.5**, **2**, **2.5**, **5**, **10** e **25**.

Responda

6) O que você observou conforme ia aumentando o valor do coeficiente angular?

__________________________________________________________

__________________________________________________________

7) Escreva as suas observações sobre o ângulo formado entre o eixo x e a reta.

8) Nas situações propostas é possível que o ângulo formado entre o eixo x e a reta seja maior do que 90º?

Observe que em todas as situações propostas mantemos o coeficiente angular positivo.

Agora, estudaremos o que acontece com o gráfico quando o coeficiente angular for negativo.
Para isso, iremos apagar todos os gráficos já construídos.
Você pode usar a tecla: 

da janela ***inventário para semnome1.wp2***.
Vá apagando um a um dos gráficos construídos.

Construa um gráfico com o coeficiente angular negativo, f(x) = (-5)x – 1. Utilizando o mesmo processo usado anteriormente para duplicar gráficos, construa-os com os coeficientes angulares: -4, -3, -2, -1, -0.5, -0.2. Mantendo sempre o coeficiente linear constante.

Observe o que acontecendo e responda.
9) Conforme se foi aumentando o valor do coeficiente angular – que agora é negativo – o que aconteceu?

10) Na situação proposta anteriormente, anote as suas observações sobre o ângulo formado entre o eixo x e a reta.

______________________________________________________________

______________________________________________________________

É possível que o ângulo formado entre o eixo x e as retas construídas sejam menores do que 90º?

______________________________________________________________

**2 – Usando o Winplot para estudar o coeficiente linear da função do 1º grau.**

Abra o winplot e construa o gráfico da função f(x) = **2x – 3**.

**Responda:**

1) Qual o coeficiente angular?

______________________________________________________________

2) Quanto à monotonicidade esta função é?

☐ Crescente ☐ Decrescente

3) Por quê?

______________________________________________________________

______________________________________________________________

4) Qual o coeficiente linear da função?

______________________________________________________________

5) O que o coeficiente linear representa?

______________________________________________________________

______________________________________________________________

6) Quais são as coordenadas do coeficiente linear da função? (_____, _____)

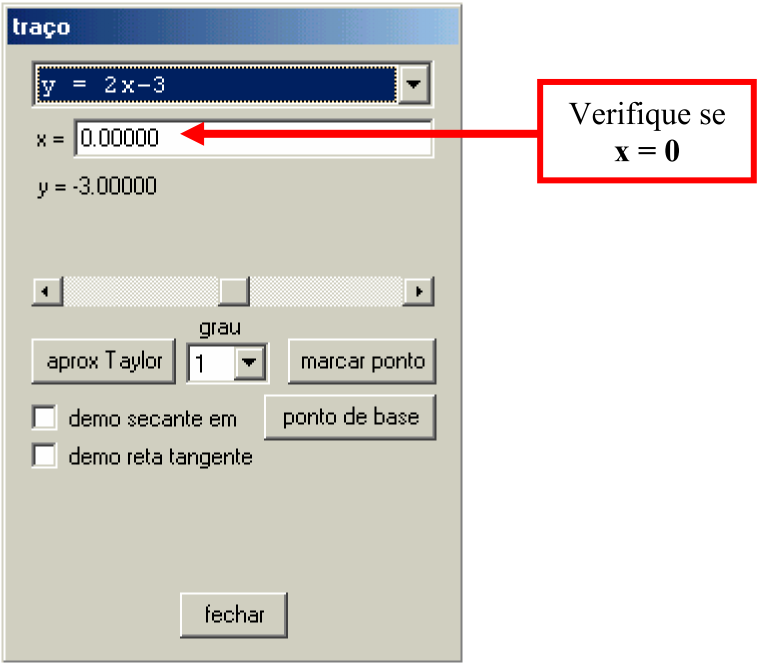
**Visualizar o coeficiente linear da função no gráfico.**

Clique na janela 

e no link 

.

Abrirá a janela:




Na janela com o gráfico surgirá uma indicação ( + ) no ponto representado pelo coeficiente linear.

**Responda:**

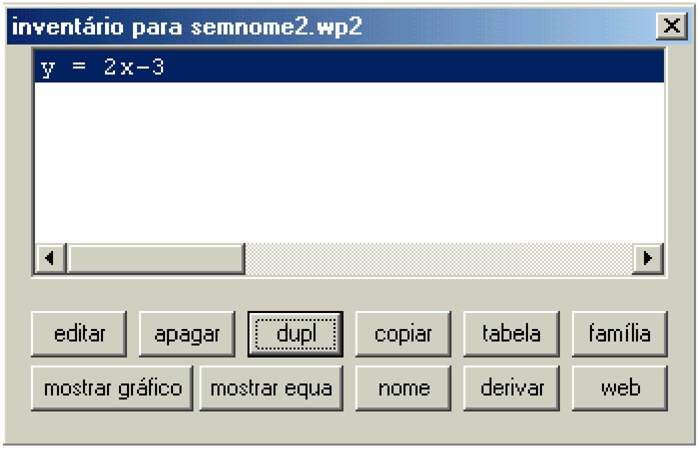
Por que se deve ter **x = 0** para que no gráfico fique marcado o coeficiente linear?

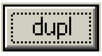
____________________________________________________________

____________________________________________________________

Agora construiremos mais alguns gráficos variando somente o coeficiente linear.

Na janela:

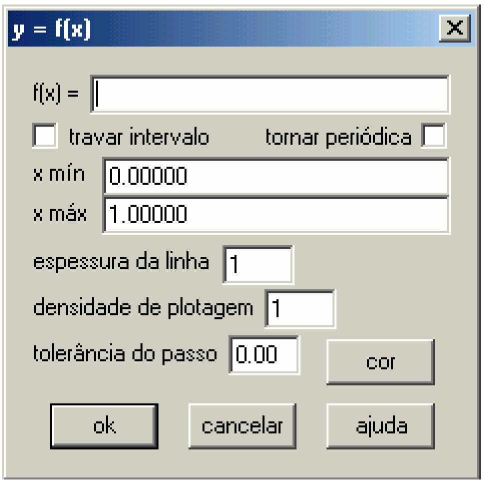



Clique no botão 

para construir um novo gráfico.

... ***Não apague os gráficos anteriores***.

Na janela:

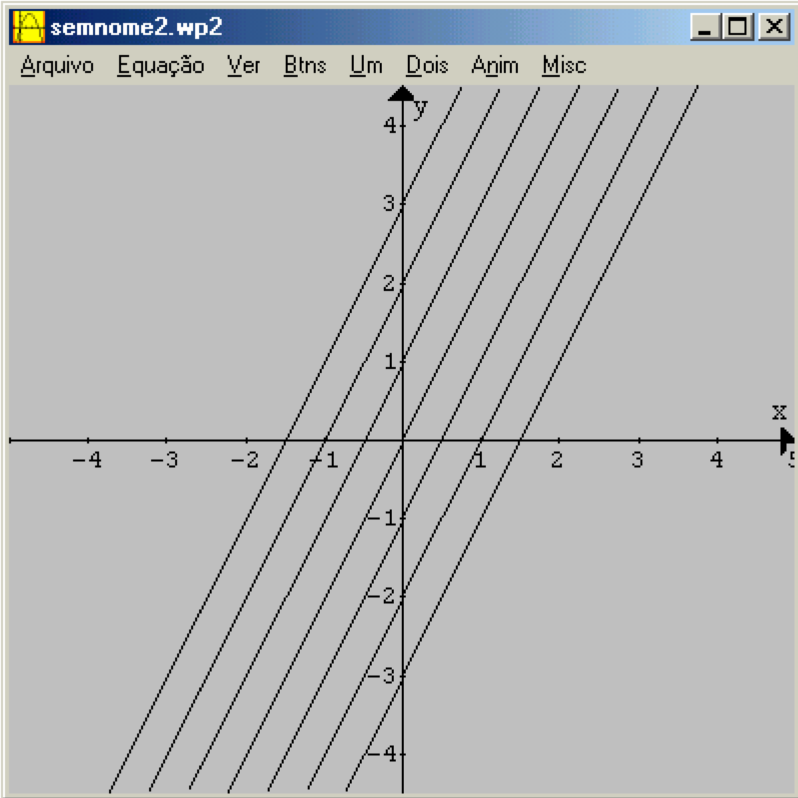



Digite a função f(x) = **2x – 2**.

Observe que mantemos o mesmo coeficiente angular.

Construa, mais gráficos, usando o mesmo procedimento, alterando somente o coeficiente linear para: -1, 0, 1, 2 e 3.

Após o procedimento obtemos uma janela com todos os gráficos.




Observe as alterações ocorridas nos gráficos.

**Responda:**

Quais são as suas conclusões?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

____________________________________________________________

____________________________________________________________

____________________________________________________________

____________________________________________________________

____________________________________________________________

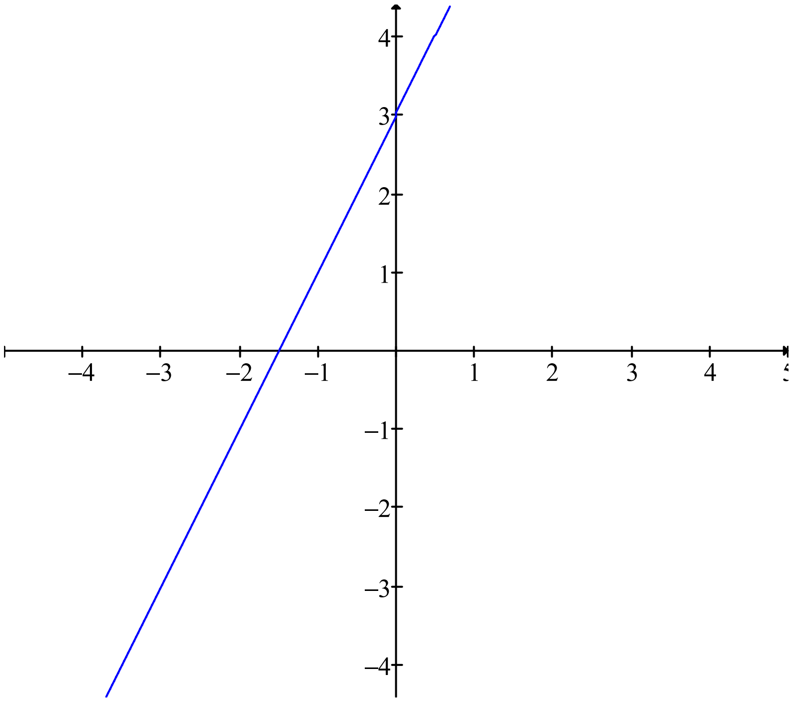
# MÓDULO 3 – Explorando as raízes das funções do 1º grau e do 2º grau

## 1 – Marcando as raízes nos gráficos das funções do 1º grau

Construa o gráfico da função f(x) = **2x + 3**.

Utilize o mesmo processo de construção de gráfico, já estudado nos módulos anteriores.

Obteremos o seguinte gráfico:



**Responda:**

1) Obtenha a raiz da função, algebricamente.

2) A raiz de uma função pode ser conhecida por qual outro nome?

3) Defina raiz de uma função.

4) No gráfico acima marque a raiz da função.

5) No gráfico, o que a raiz da função representa?

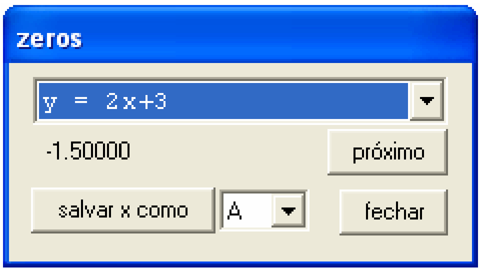
Agora utilizaremos o gráfico construído no winplot e marcaremos a sua raiz.

Clique na janela 

e no link 

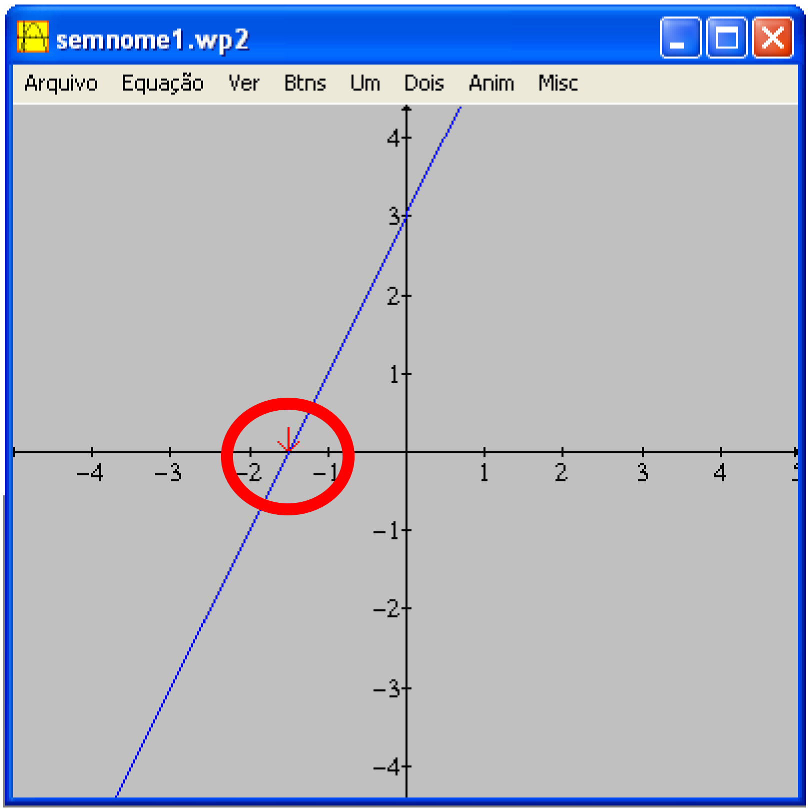
.

Abrirá a janela:

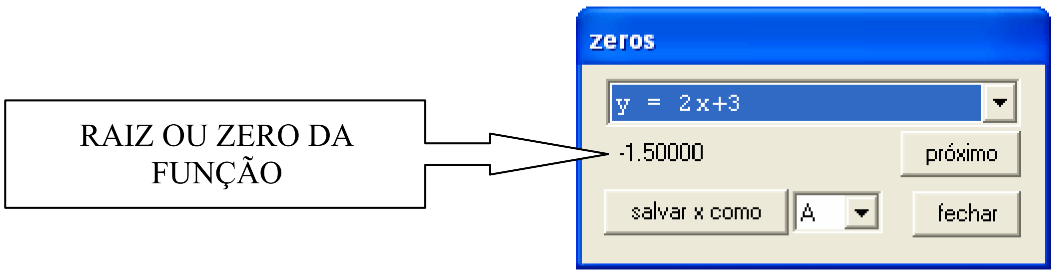



E na janela com o gráfico surgirá um seta ( ↓ ) indicando o ponto em que o gráfico intercepta o eixo x.

Como mostra a figura a seguir.




A janela **zeros** traz o zero da função.



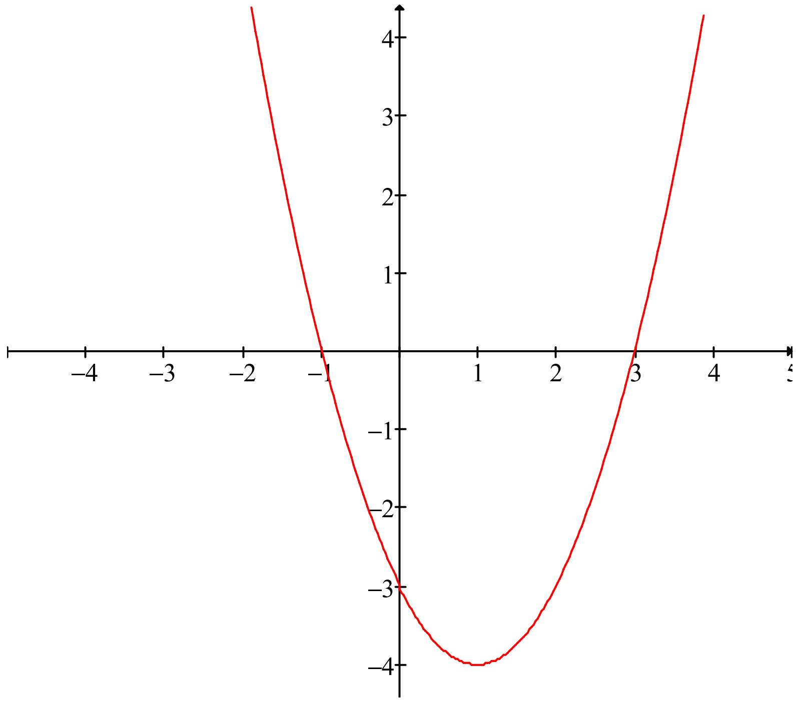

Utilizando o processo para duplicação de gráficos, aprendido no módulo 2, construa novos gráficos de função do 1º grau e visualize as suas raízes.

## 2 – Marcando as raízes nos gráficos das funções do 2º grau

Construa o gráfico da função f(x) = $\mathbf{x^2 - 2x - 3}$.

Utilize o processo de construção de gráfico, já estudado nos módulos anteriores.

Obteremos o seguinte gráfico:



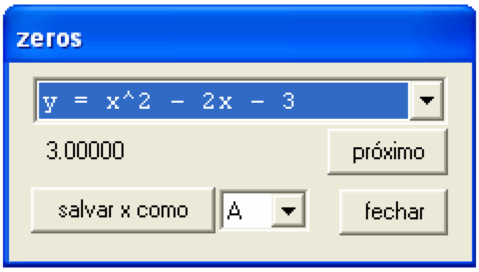
**Responda:**

1) Obtenha as raízes da função, algebricamente.

4) No gráfico acima marque as raízes da função.

Utilizaremos agora o gráfico construído no winplot e marcaremos a sua raiz.

Clique na janela Um e no link Zeros ..., conforme já aprendido. Abrirá a janela:

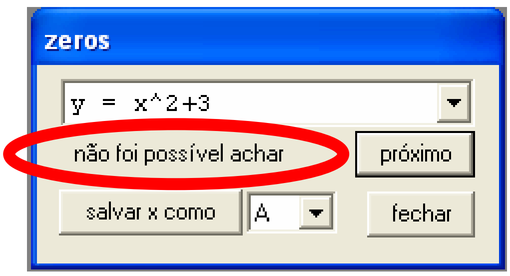



Na janela com o gráfico surgirá um seta ( ↓ ) indicando um dos ponto em que o gráfico intercepta o eixo x.

Clique no botão próximo da janela **zeros** e será marcada a segunda raiz. Nesta janela também vem os valores da respectiva raiz marcada no gráfico.

Utilizando o processo para duplicação de gráficos, aprendido no módulo 2, construa novos gráficos de função do 2º grau e visualize as suas raízes.

OBSERVAÇÃO: Note que quando construímos um gráfico que não intercepta o eixo x, na janela **zeros** aparece a informação de que não foi possível encontrar raiz, indicando que a função não possui raízes reais.




Faça uma discussão com os colegas sobre o tema:

*"A raiz da função é o valor da abscissa do ponto em que o gráfico intercepta o eixo x"*

Anote os tópicos que considera mais importante da discussão.

# MÓDULO 4 – Explorando os coeficientes da função do 2º grau

## 1 – Relações entre os gráficos e os coeficientes *“a”, “b”* e *“c”* de funções quadráticas do tipo $y=ax^2+bx+c$

**Atividade 1: Variando “a” e mantendo “b” e “c” fixos na função $y=ax^2+bx+c$**

Nesta atividade construiremos, utilizando o winplot, gráficos que representam a variação do polinômio do tipo $y = ax^2 + 2x - 3$, com os valores de ***a*** sendo positivos (**a>0**).

Utilize o processo de construção de gráficos, estudado nos módulos anteriores, e vá duplicando os gráficos – sem apagar o gráfico anterior – utilizando as funções dadas abaixo:

1) $f(x) = (1/4)x^2 + 2x - 3$
2) $f(x) = (1/3)x^2 + 2x - 3$
3) $f(x) = (1/2)x^2 + 2x - 3$
4) $f(x) = 1x^2 + 2x - 3$
5) $f(x) = (3/2)x^2 + 2x - 3$
6) $f(x) = 2x^2 + 2x - 3$
7) $f(x) = (5/2)x^2 + 2x - 3$
8) $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$

Verifique que mantemos constantes os coeficientes *“b”* e *“c”* e variamos somente o coeficiente *“a”* da função $f(x) = ax^2+bx+c$, considerando sempre:

**a > 0**

A *Figura 1*, a seguir, representa a variação de polinômios do tipo $f(x) = ax^2 + 2x - 3$, ao variarmos o *“a”*, com **a>0**, na construção dos gráficos.

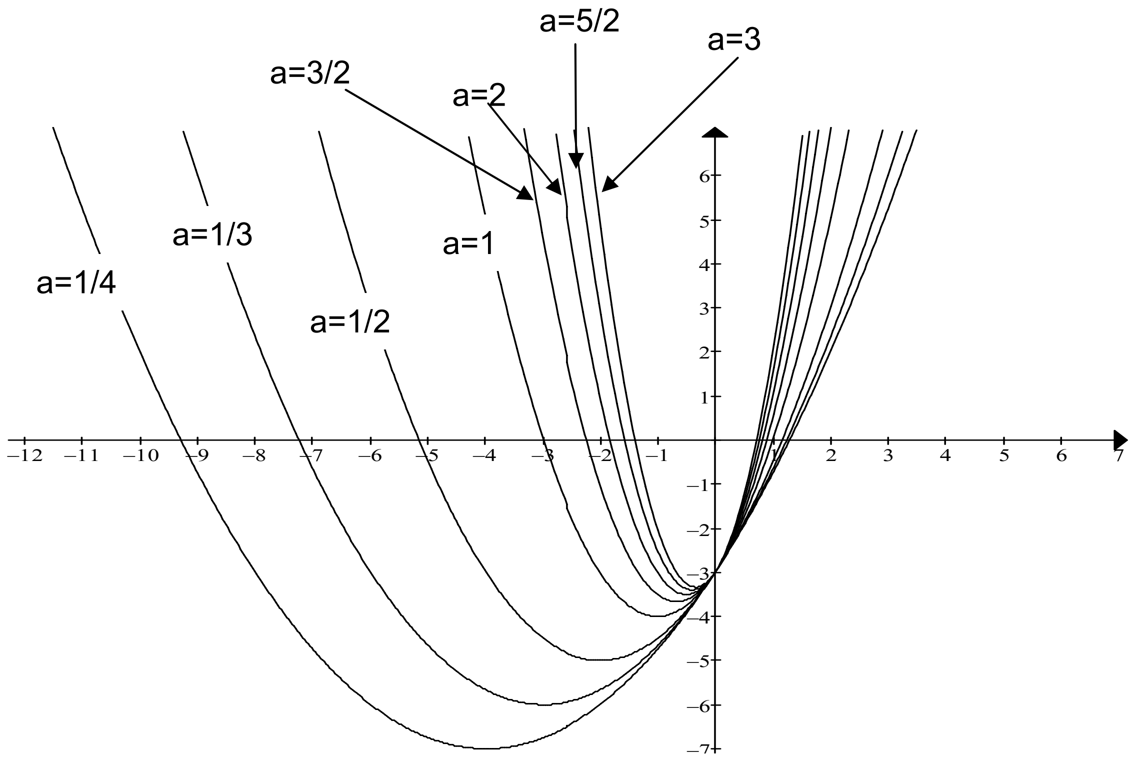



*Figura 1*

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes *"as"*.

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

Discuta com os colegas as suas observações.

Construa, utilizando o winplot, gráficos que representam a variação do polinômio do tipo $y = ax^2 + 2x - 3$, com os valores de ***a*** sendo negativos (**a<0**). Verifique o comportamento dos gráficos e compare com os obtidos quando **a>0**.

A variação do coeficiente *“a”* provoca um movimento do vértice da parábola.
O que podemos descrever a respeito do deslocamento do vértice?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

____________________________________________________________

Discuta com os colegas as suas observações.

Generalize a função que descreve o deslocamento do vértice da parábola do tipo $y = ax^2 + bx + c$, quando variamos o coeficiente *“a”* e os coeficientes *“b”* e *“c”* são mantidos fixos.

**Responda:**

1) O que acontece com a parábola quando:

   **a > 0** ⇒ __________________________________________________

   **a < 0** ⇒ __________________________________________________

2) Construa algumas funções quadráticas com o coeficiente *“a”* igual à zero (0).
   O que você observou?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

____________________________________________________________

**<u>Atividade 2</u>: Variando "b" e mantendo "a" e "c" fixos na função $y=ax^2+bx+c$**

Nesta atividade construiremos, utilizando o winplot, gráficos que representam a variação do polinômio do tipo $y = x^2 + bx + 3$, ao variarmos o "b".

Utilize o processo de construção de gráficos, estudado nos módulos anteriores, e vá duplicando os gráficos – sem apagar o gráfico anterior – utilizando as funções dadas abaixo:

1) $f(x) = x^2 + 4x + 3$
2) $f(x) = x^2 + 3x + 3$
3) $f(x) = x^2 + 2x + 3$
4) $f(x) = x^2 + 1x + 3$
5) $f(x) = x^2 - 1x + 3$
6) $f(x) = x^2 - 2x + 3$
7) $f(x) = x^2 - 3x + 3$
8) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Verifique que mantemos constantes os coeficientes *"a"* e *"c"* e variamos somente o coeficiente *"b"* da função $f(x) = ax^2+bx+c$.

A *Figura 2*, a seguir, representa a variação de polinômios do tipo $f(x) = x^2 + bx + 3$, ao variarmos o coeficiente *"b"*.

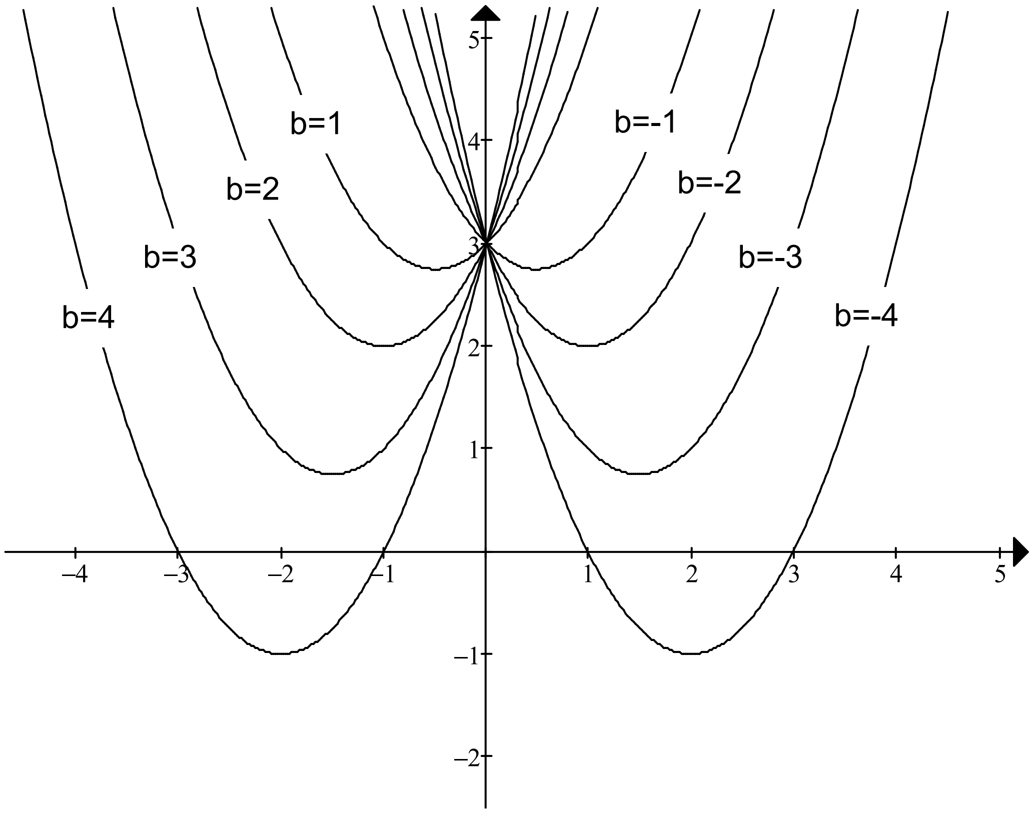



*Figura 2*

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes *“bs”*.

__________________________________________________________

__________________________________________________________

__________________________________________________________

__________________________________________________________

__________________________________________________________

__________________________________________________________

Discuta com os colegas as suas observações.

A variação do coeficiente *“b”* provoca um movimento do vértice da parábola.

O que podemos descrever a respeito do deslocamento do vértice?

Discuta com os colegas as suas observações.

Generalize a função que descreve o deslocamento do vértice da parábola do tipo $y = ax^2 + bx + c$, quando variamos o coeficiente *“b”* e os coeficientes *“a”* e *“c”* são mantidos fixos.

Utilizando os gráficos construídos, *Figura 2*, acima, os analise quando o coeficiente *“b”* for **positivo** ou **negativo**. Elabore alguma conjectura e debata-a com os seus colegas.

Empregando noções de derivadas associadas a máximos e mínimos apresente uma solução.

**<u>Atividade 3</u>: Variando "c" e mantendo "a" e "b" fixos na função $y=ax^2+bx+c$**

Nesta atividade construiremos, utilizando o winplot, gráficos que representam a variação do polinômio do tipo $y = x^2 + 2x + c$.

Utilize o processo de construção de gráficos, estudado nos módulos anteriores, e vá duplicando os gráficos – sem apagar o gráfico anterior – utilizando as funções dadas abaixo:

1) $f(x) = x^2 + 2x - 3$
2) $f(x) = x^2 + 2x - 2$
3) $f(x) = x^2 + 2x - 1$
4) $f(x) = x^2 + 2x + 1$
5) $f(x) = x^2 + 2x + 2$
6) $f(x) = x^2 + 2x + 3$

Verifique que mantemos constantes os coeficientes *"a"* e *"b"* e variamos somente o coeficiente *"c"* da função $f(x) = ax^2+bx+c$.

A *Figura 3*, a seguir, representa a variação de polinômios do tipo $f(x) = x^2 + 2x + c$, ao variarmos o *"c"*.

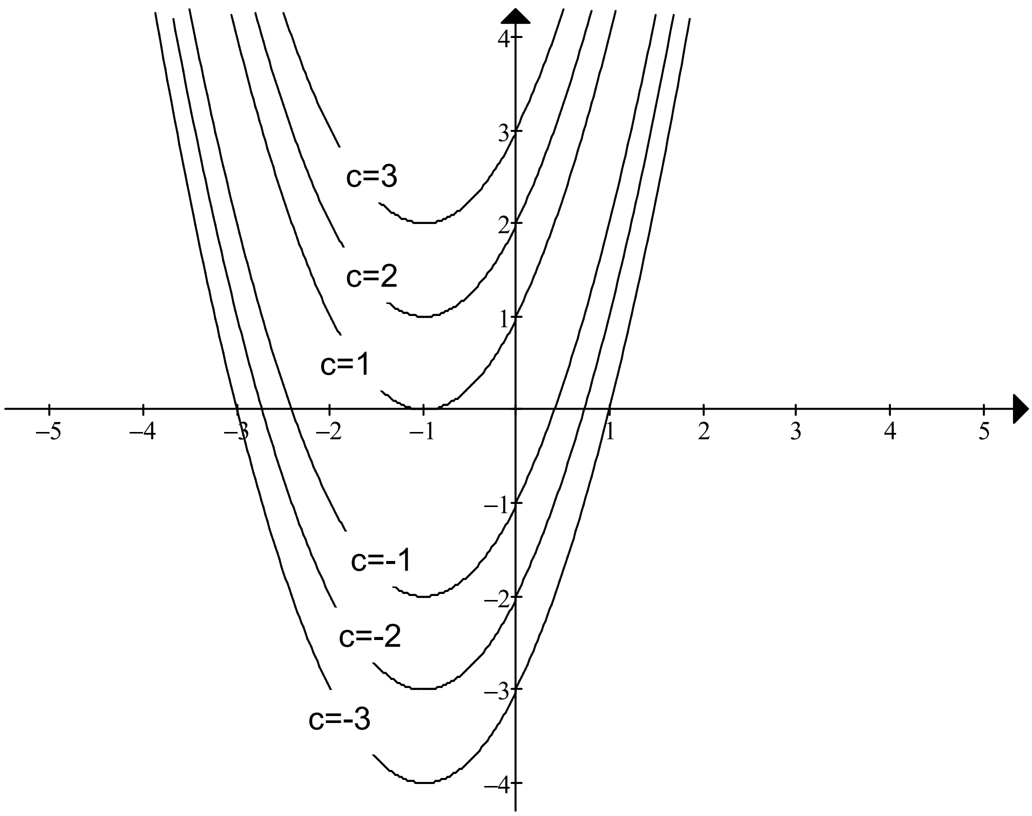



*Figura 3*

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes *"cs"*.

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

Discuta com os colegas as suas observações.

A variação do coeficiente *"c"* provoca um movimento do vértice da parábola. O que podemos descrever a respeito do deslocamento do vértice?

Discuta com os colegas as suas observações.

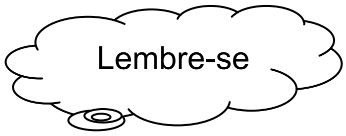
Generalize a função que descreve o deslocamento do vértice da parábola do tipo $y = ax^2 + bx + c$, quando variamos o coeficiente *"c"* e os coeficientes *"a"* e *"b"* são mantidos fixos.

Finalizando este módulo, abra uma discussão com os colegas sobre a relação entre os gráficos e os coeficientes *"a"*, *"b"* e *"c"* de funções quadráticas do tipo $y=ax^2+bx+c$, e faça anotações sobre os tópicos que considera relevante.

# MÓDULO 5 – Mudando a cor e a densidade de um gráfico utilizando o Winplot

## 1 – Mudando a cor de um gráfico

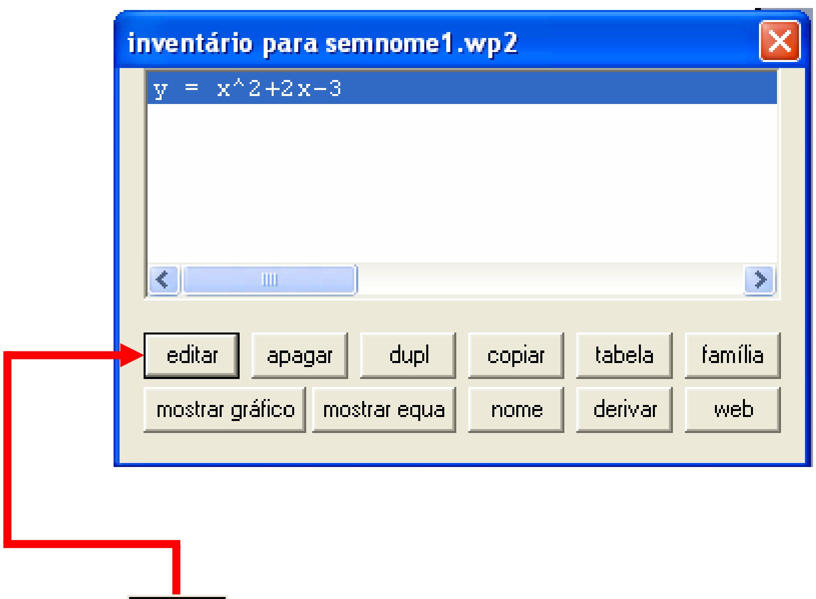
Construa o gráfico, conforme aprendido nos módulos anteriores, da função $f(x)=x^2+2x-3$.




Para obtermos **$x^n$** devemos digitar na barra 

da janela **y = f(x)**, **x^n**.

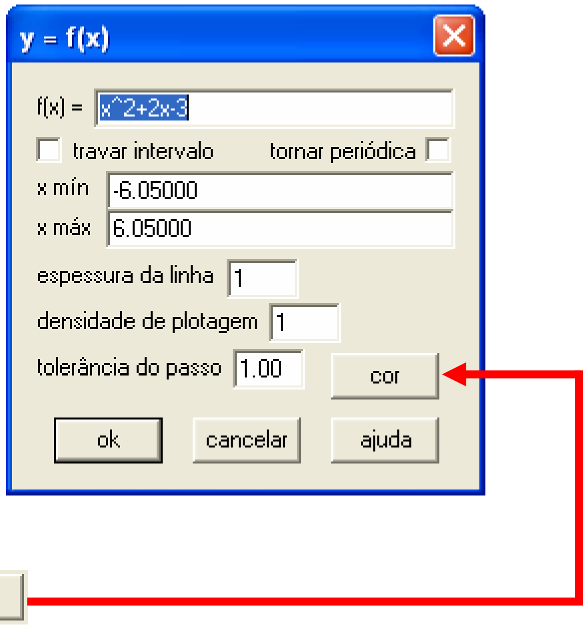
Na janela:




Clique no botão 

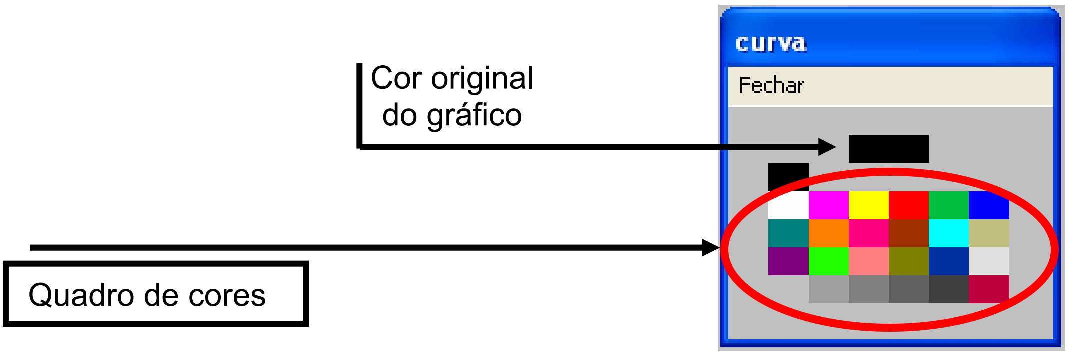
.

Abrirá a janela **y = f(x)**.




Clique no botão 


Abrirá a janela **curva**:




Clique no quadro de cores sobre a cor que deseja para o gráfico. Logo em seguida clique no botão 

da janela **y = f(x)**. O gráfico ficará da cor escolhida.

**Atividade de aula:**

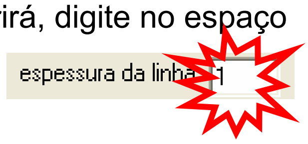
Construa algumas funções e coloque cada gráfico de uma cor diferente.

## 2 – <u>Mudando a espessura de um gráfico</u>

Na janela **inventário para semnome1.wp2**, clique no botão 

.

Na janela **y = f(x)**, que se abrirá, digite no espaço




um outro número.

Se quiser um gráfico **mais espesso**, aumente o número que lá esta. Se quiser um gráfico <u>menos espesso</u>, diminua o número.

Exemplificando:

Gráfico com espessura de linha: **1**

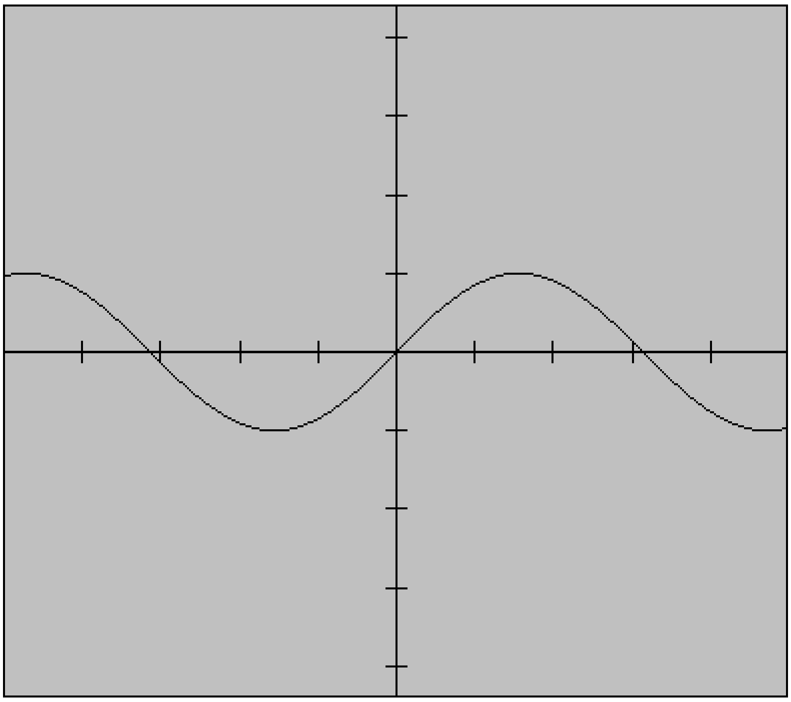
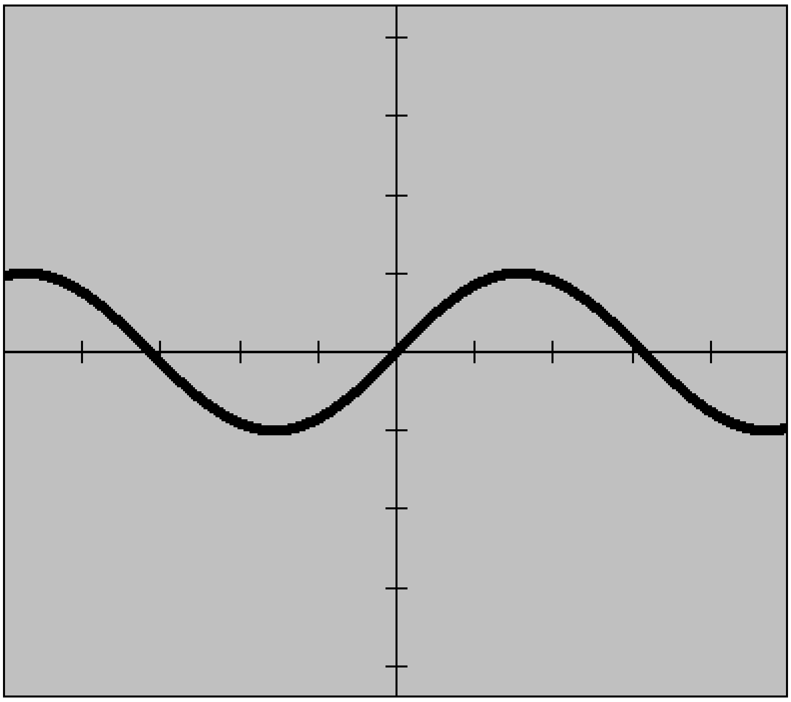


Gráfico com espessura de linha: **5**



Ao aumentar a densidade dos pontos a velocidade de desenho do gráfico diminuirá.

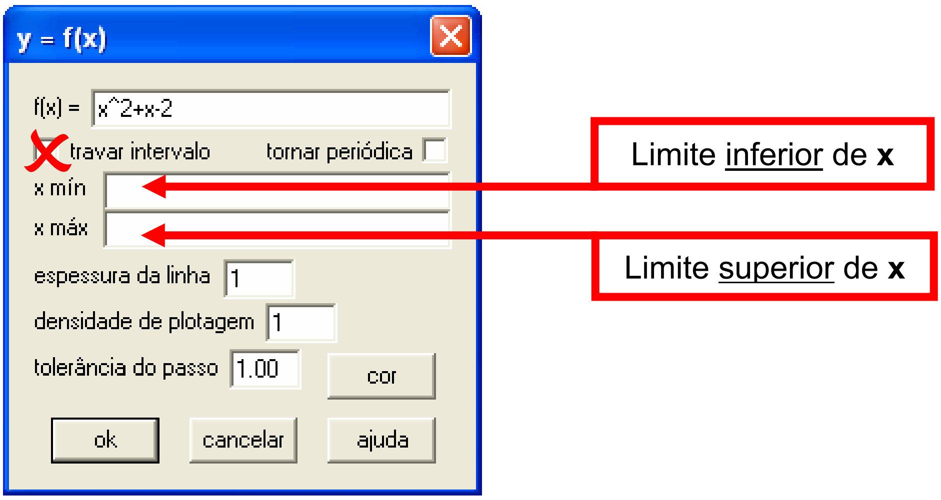
**Atividade de aula:**

Construa algumas funções e coloque cada gráfico de uma espessura diferente.

# MÓDULO 6 – Restringindo o domínio de um gráfico e tornando a função periódica

## 1 – Restringindo o domínio do gráfico

Para restringir o domínio da função, digite os valores **mínimos** e **máximos** de **x** na caixa abaixo, e marque "**travar intervalo**" para confirmar.

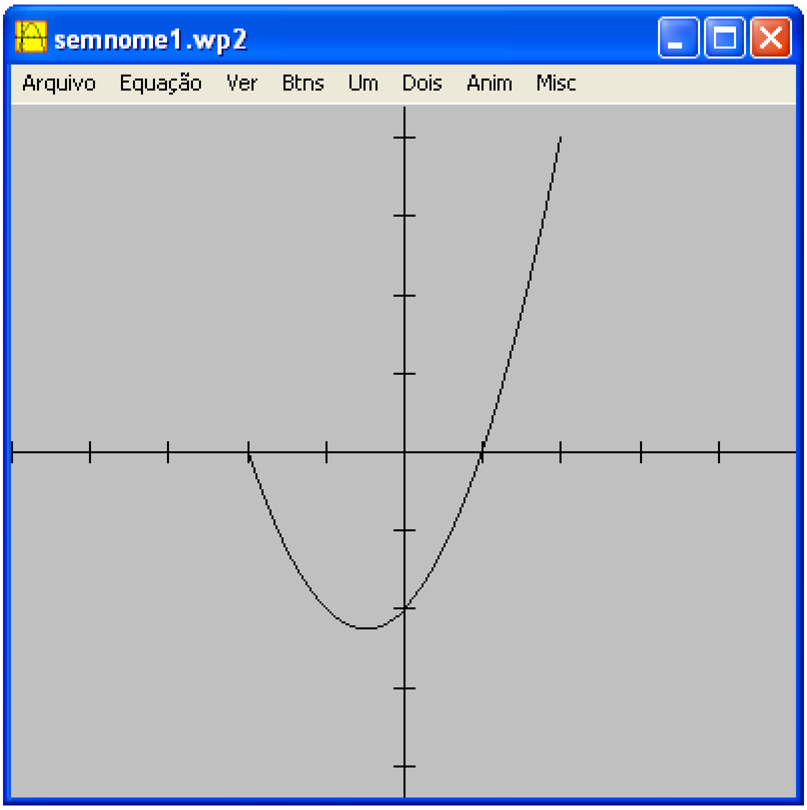



Este procedimento determinará o intervalo de domínio da função construída. Para efetivar a construção do gráfico dentro do domínio delimitado clique na tecla 
.

Exemplificando:

Construamos o gráfico da função f(x) = $x^2$+x-2 dentro do domínio x $\in$ [-2, 2].

Vejamos como ficou.



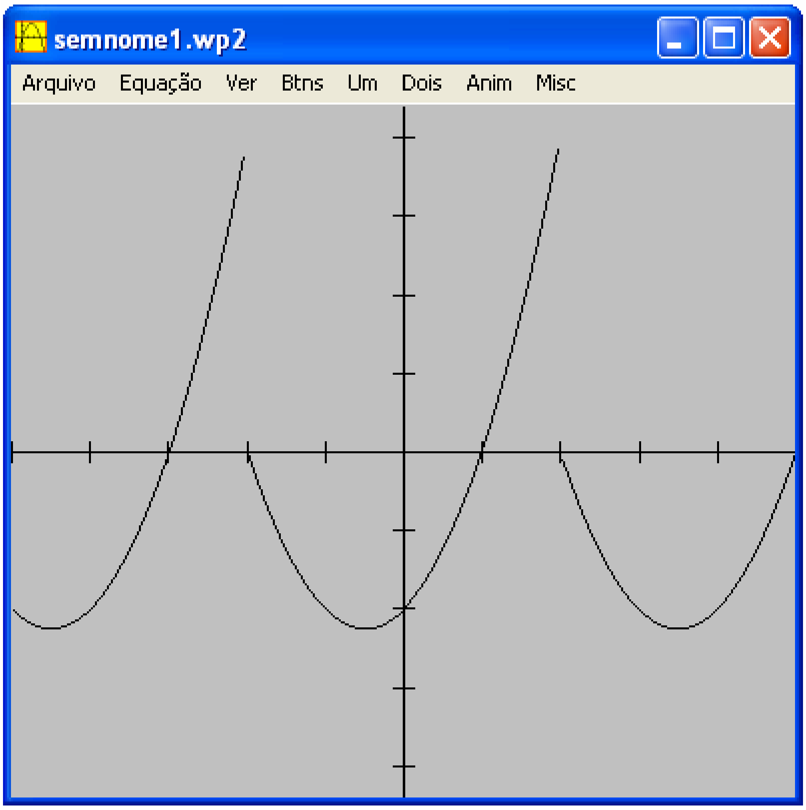

## 2 – Tornando da função periódica

Para tornar a função periódica dentro do intervalo traçado devemos selecionar "**tornar periódica**", na janela **y = f(x)**.

Como o gráfico, já esta, montado e devemos voltar à janela **y = f(x)** clique no botão editar da janela **inventário para semnome1.wp2**.

Selecione o botão: tornar periódica

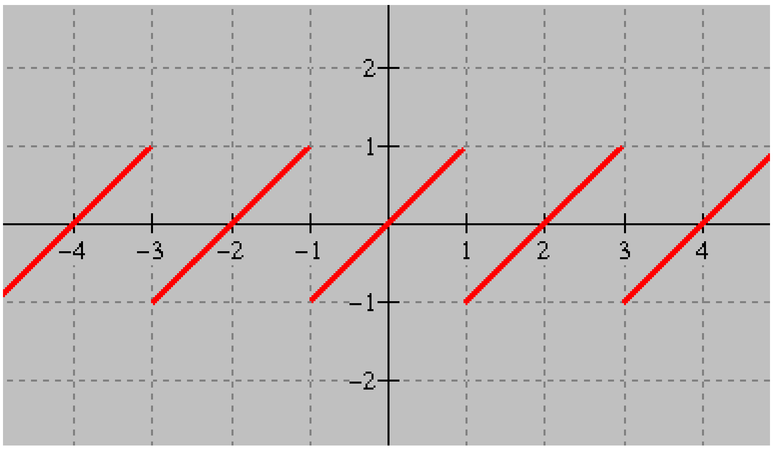
Clique em ok e vejamos como ficou.




Ao selecionamos "**tornar periódica**", o programa assume que a função é periódica fora do intervalo traçado.

<u>Exercício:</u>

Construa, utilizando do winplot, a função correspondente ao gráfico abaixo, com espessura de linha 3.



## MÓDULO 7 –

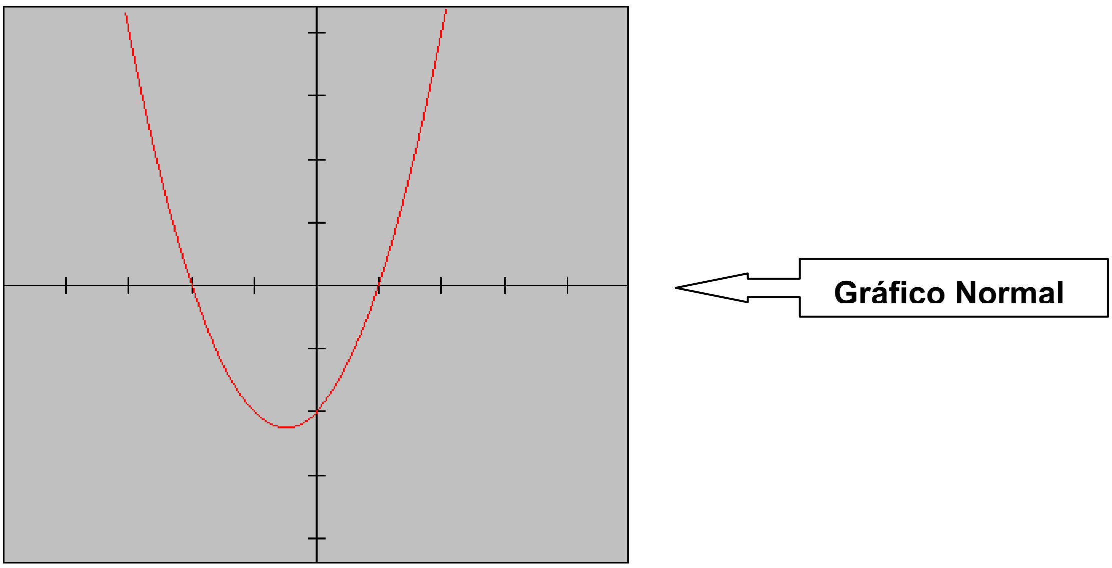
- ✓ **Ampliando e Reduzindo um gráfico**
- ✓ **Colocando Escala numérica nos eixos**
- ✓ **Colocando setas nos eixos, pontos no plano e rótulo nos eixos**
- ✓ **Criando Grades no plano**
- ✓ **Construindo gráficos com potências do tipo $x^n$**

### 1 – Ampliando e Reduzindo um gráfico

Para ampliar um gráfico utilizamos a tecla ***Page Up*** e para reduzir utilizamos a tecla ***Page Down***.

Utilizamos este recurso para melhor visualizarmos os gráficos.

Exemplificando:



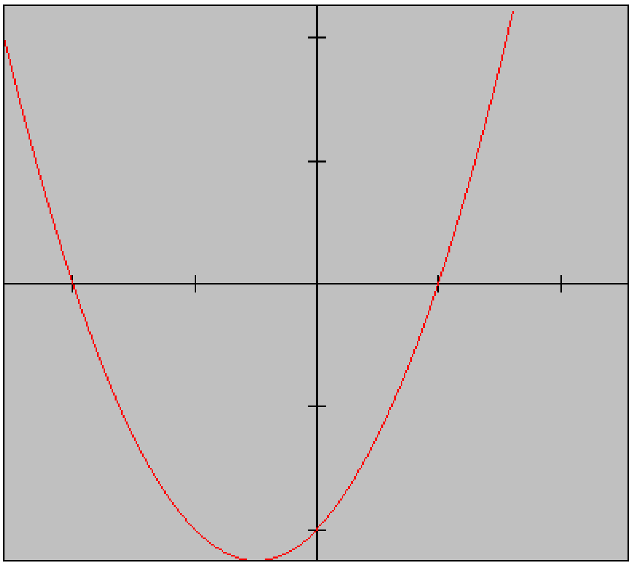


**Gráfico Ampliado**

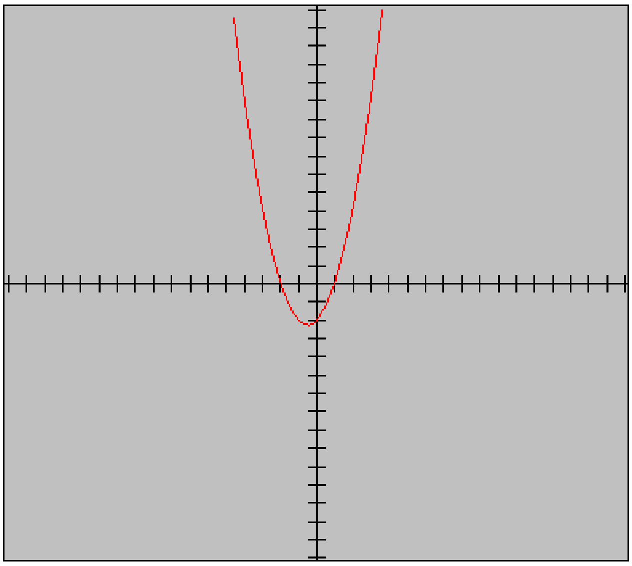
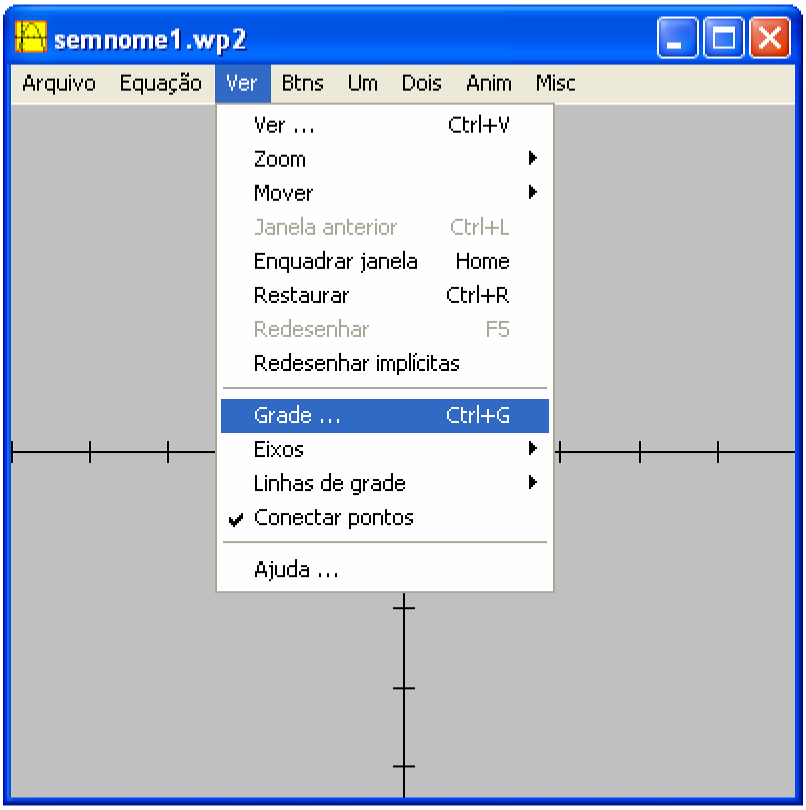


**Gráfico Reduzido**

Observe que a função dos três gráficos acima é a mesma, **f(x) = $x^2$ + x – 2**, no entanto, foi alterada, somente, a escala de um para o outro.

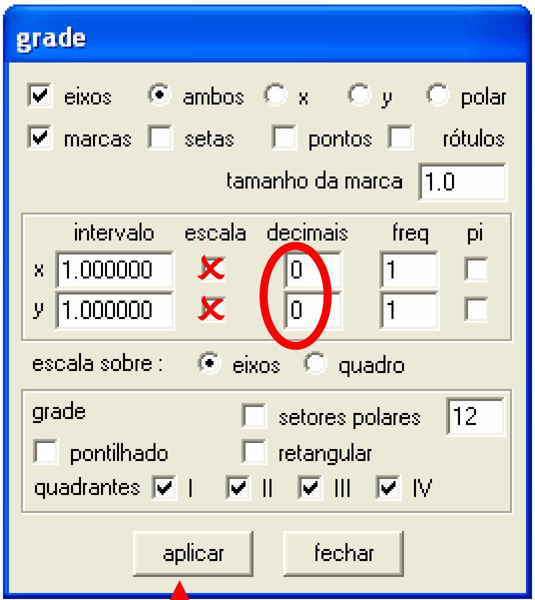
## 2 – Colocando Escala numérica nos eixos

Na janela **semnome1.wp2**, clique no botão Ver, clique em Grade ... Ctrl+G, conforme figura abaixo.



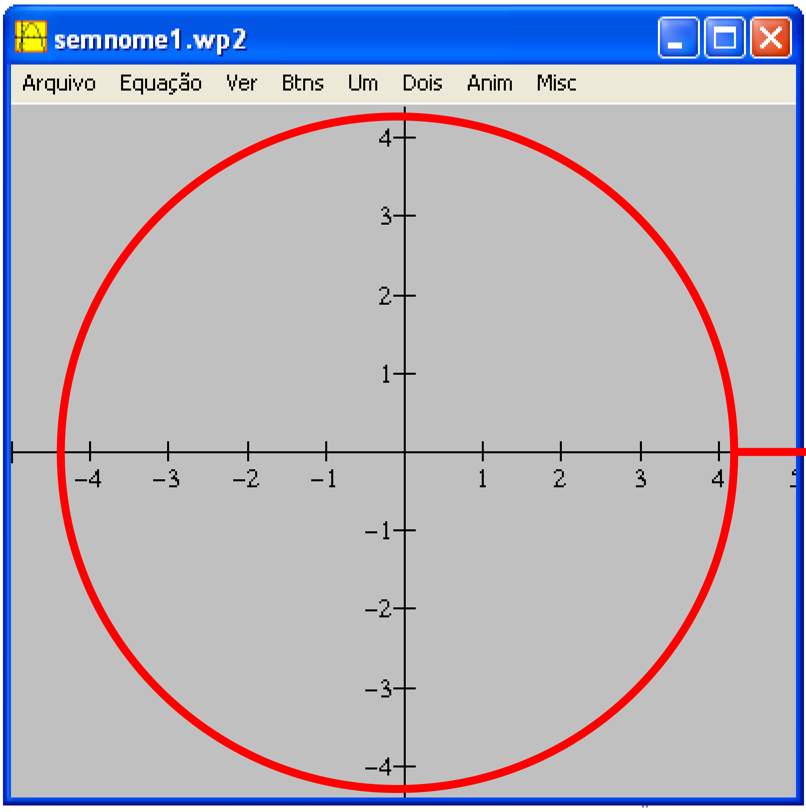

Abrirá a caixa **grade**.

Marque as duas janelinhas abaixo de **escala**, verifique se as duas janelas abaixo de **decimais** estão preenchidas com zero (0), conforme figura abaixo.




Clique em aplicar.

Veja como ficou a janela **semnome1.wp2**.

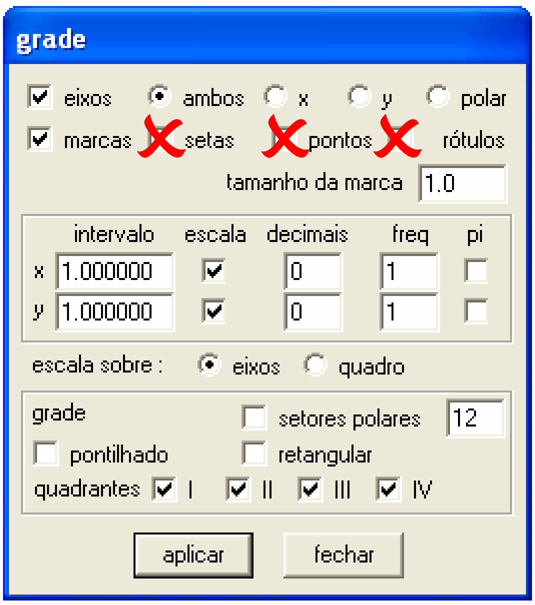



Observe que a tela de construção de gráfico estava sem sinalização numérica nas marcas das escalas dos eixos ***x*** e ***y***.

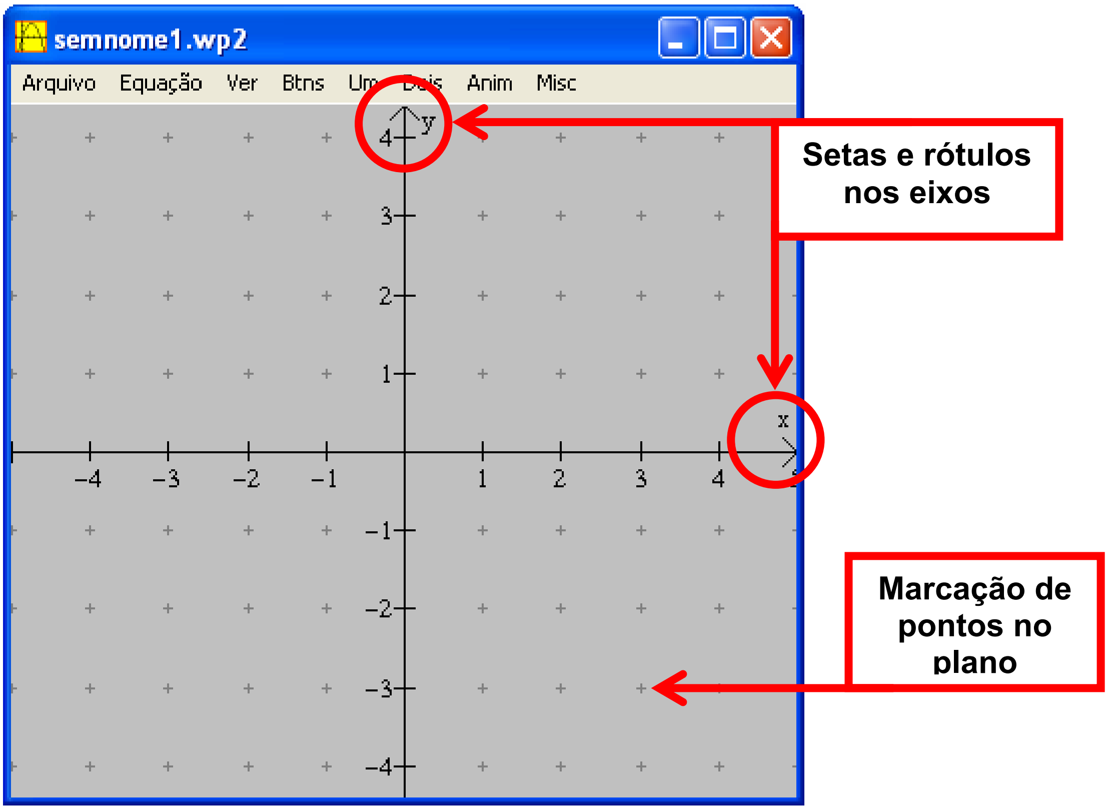
## 3 – Colocando setas nos eixos, pontos no plano e rótulo nos eixos

Na caixa **grade** marque as janelas correspondentes a **setas**, **pontos** e **rótulos**. E clique em . Conforme a figura abaixo.



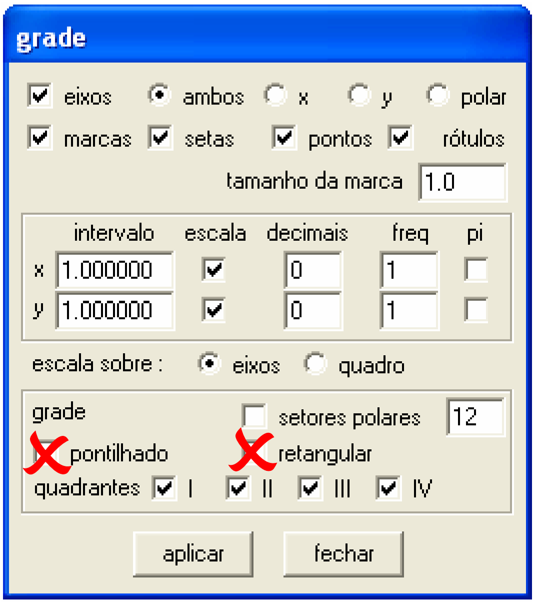


Veja como ficou a janela **semnome1.wp2**.



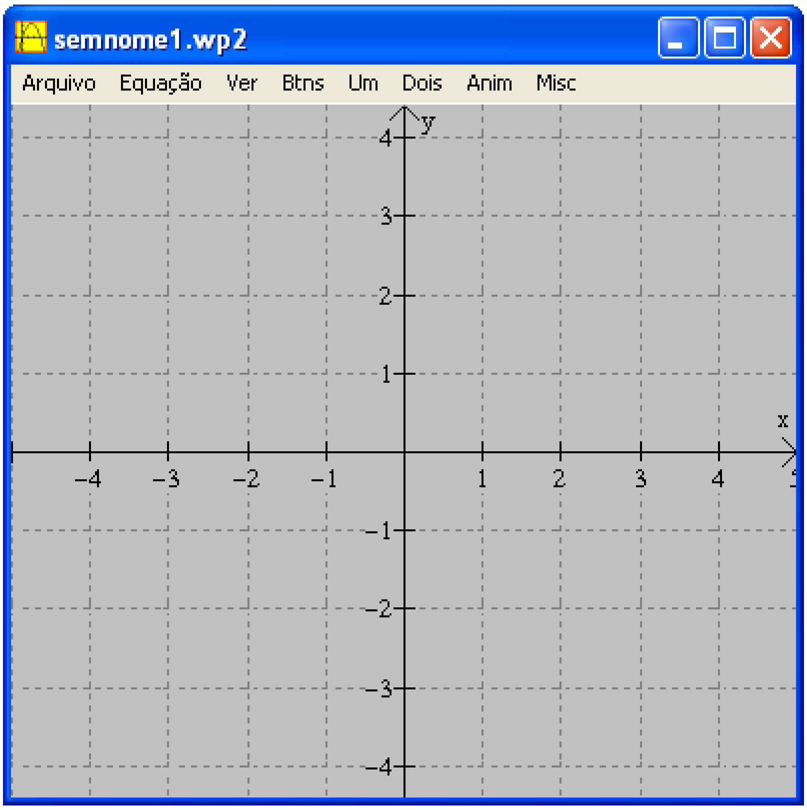

## 4 – Criando Grades no plano

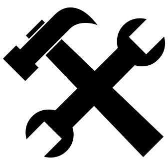
Caso deseje criar <u>grades pontilhadas</u> no plano, devem-se marcar as janelas "**pontilhado**" e "**retangular**" na caixa **grade**. Conforme a figura abaixo.




Para confirmar clique em .

Veja como ficou a janela **semnome1.wp2**.



**OBSERVAÇÃO:**

Todos os recursos estudados nesse módulo você poderá utiliza-los ou não, dependerá da sua necessidade no estudo da função desejada.

ATIVIDADE:

Na caixa **grade** marque e desmarque todas as janelas existentes e vá observando o que esta acontecendo na janela **semnome1.wp2**.

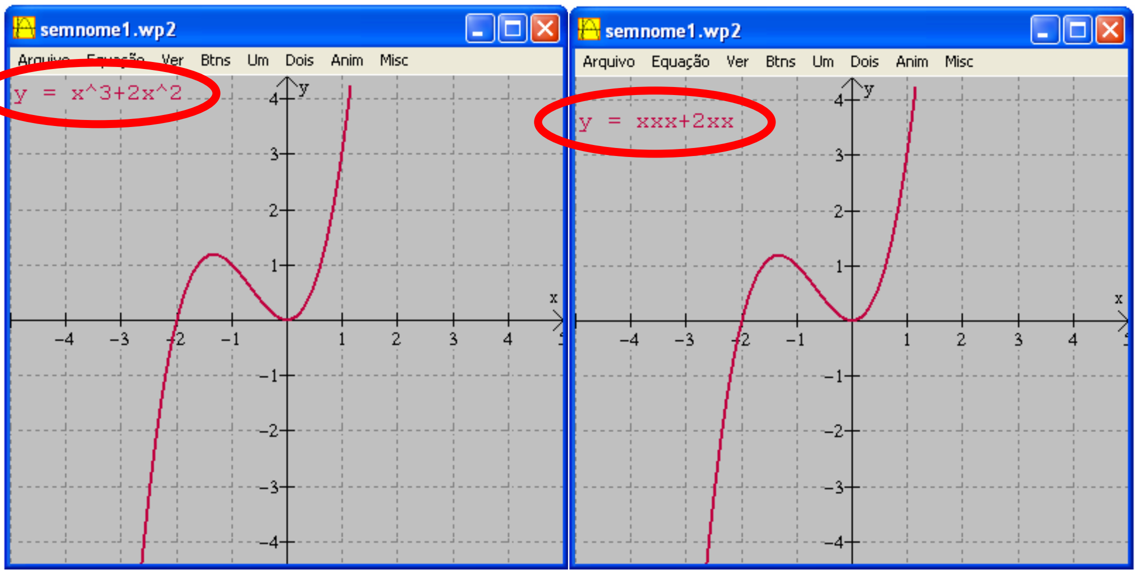
 Não esqueça de fazer suas anotações para essa atividade.

## 5 – Construindo gráficos com potências do tipo $x^n$

Para obtermos $\mathbf{x^n}$ podemos digitar na coluna 

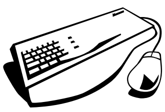
da janela **y = f(x)**: **x^n** ou **xxx...x**, n vezes.

Exemplificando:




Observe que o gráfico é o mesmo para funções construídas da forma:

**y = x^3+2x^2 e y = xxx+2xx**

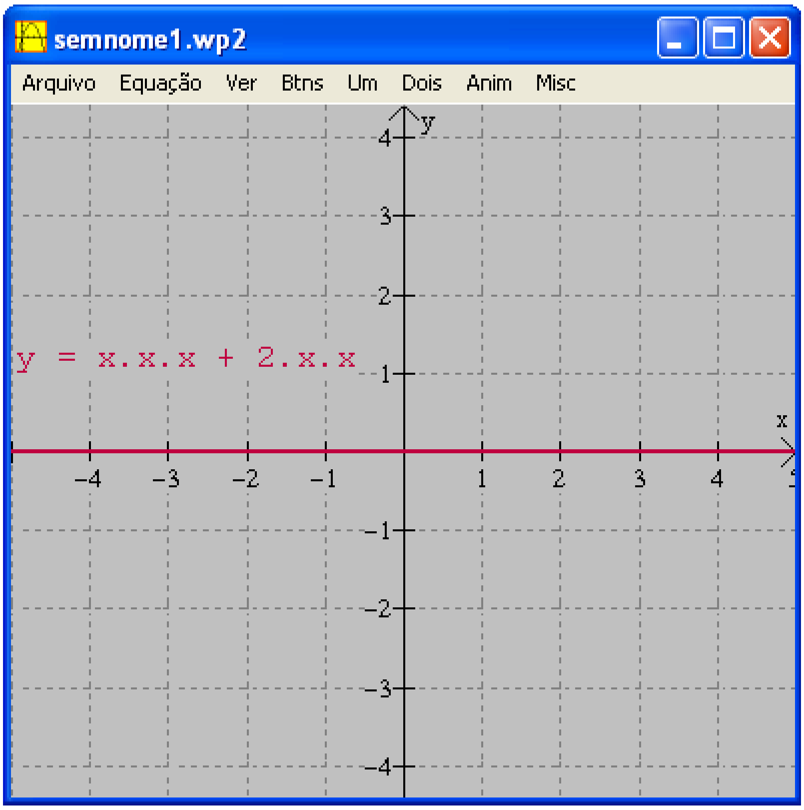


O programa se encarrega de interpretar que **x elevado a n** equivale a **x.x. ... x**, n vezes.

ATIVIDADE:

Tente colocar o ponto para representar a multiplicação dos fatores (**y = x.x.x +2.x.x**).

Verifique como ficou o gráfico.




Como você justificaria esse procedimento do software?

Monte o gráfico para:

a) **y = 0**

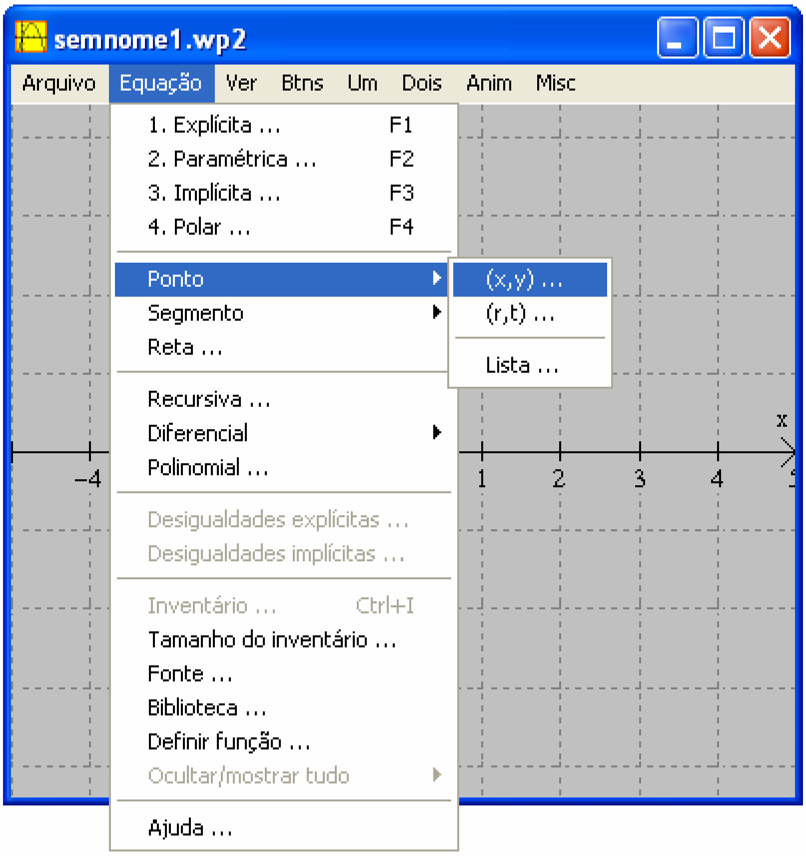
b) **y = .**

**Coloque um ponto em vez de um número.**

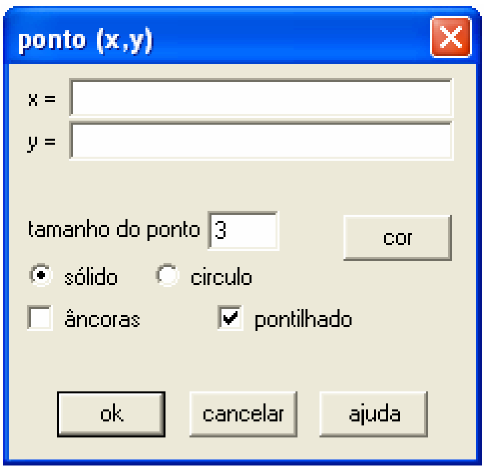
# MÓDULO 8 – Criando gráficos Animados

## 1 – Criando a animação ponto a ponto

Abra a janela Equação, clique em Ponto e depois em (x, y) ..., na caixa **semnome1.wp2**, conforme figura abaixo.




Esse procedimento abrirá a caixa **ponto (x, y)**.



Construiremos a animação da função f(x) = $x^2$+2x-1.

Na barra 

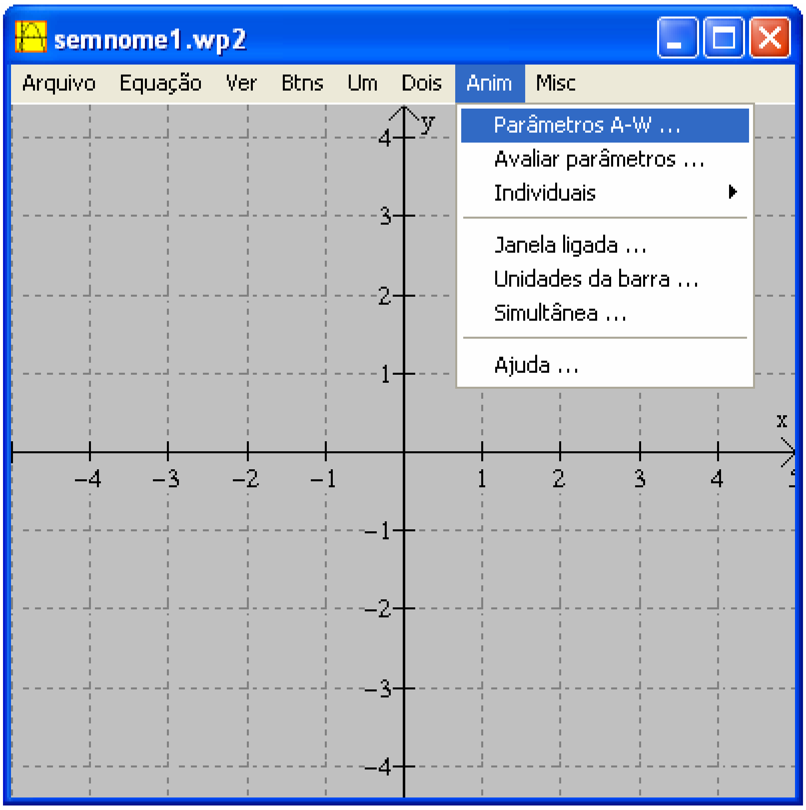
introduziremos a literal **a** e na barra 

colocaremos **aa + 2 a - 1**. O programa atribuirá valores para **a = x** e obterá os respectivos valores de **y = a² + 2a -1**.

Clique em 

para confirmar e surgirá a caixa:


Na janela **semnome1.wp2** abra a janela Anim, clique em Parâmetros A-W..., conforme figura abaixo.



Abrirá a caixa:


Observe que na caixa **semnome1.wp2** surgiu um ponto que tem coordenadas para **x = 0**, valor que aparece na barra 

e **y = -1**, que corresponde à ordenada de x = 0.

Nesta caixa determinaremos os limites mínimo e máximo para **x = a.**

Esses valores dependem da função que estaremos trabalhando e do tamanho do gráfico em relação a caixa **semnome1.wp2.**

No caso introduziremos o menor valor para x sendo -3,6 e maior valor, 1,6.

Na barra 

entraremos primeiro com o valor mínimo para o qual x assumirá, -3,6.

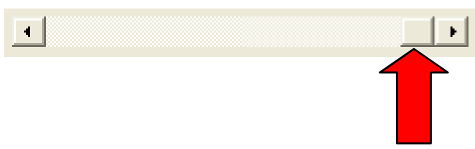
Após, leve a barra de rolagem horizontal até a extremidade esquerda, conforme figura a seguir e confirme teclando no botão 

.

Terminado o procedimento citado acima, entre com o valor máximo, 1,6.

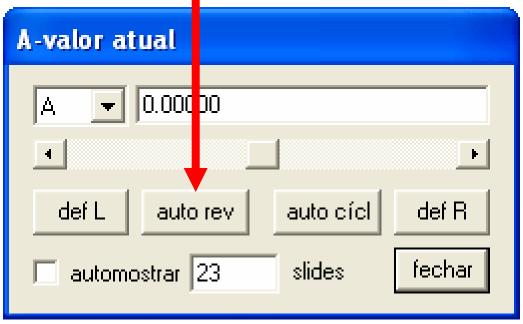
Leve a barra de rolagem horizontal até a extremidade direita, conforme figura a seguir e confirme teclando no botão 

.



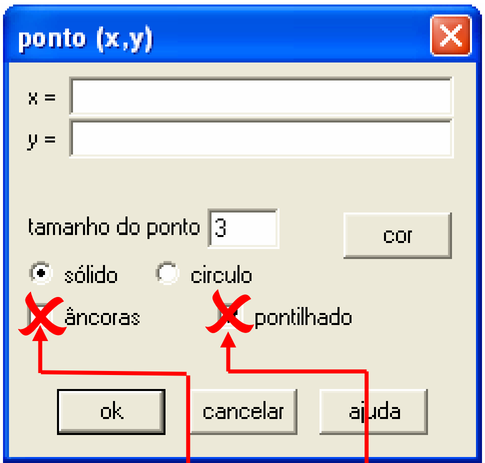
Clique em auto cícl para visualizar na caixa **semnome1.wp2** a animação ponto a ponto para a função estudada.

A tecla auto rev faz com que a animação dos pontos vá e volte, isto é, não fique contínua como a animação provocada pela tecla auto cícl.




## 2 – <u>Criando as âncoras do par ordenado na animação</u>

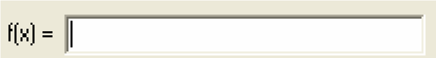
Clique em editar, abrirá a caixa:




Marque as janelas referentes a âncoras e pontilhado.

Clique em ok e veja na caixa **semnome1.wp2** como ficou as âncoras dos pontos na animação.

## 3 – <u>Fazendo com que o ponto movimente se sobre o gráfico de uma função</u>

Abra a caixa **y = f(x)**, entre com a função estudada na barra 

, clique em 

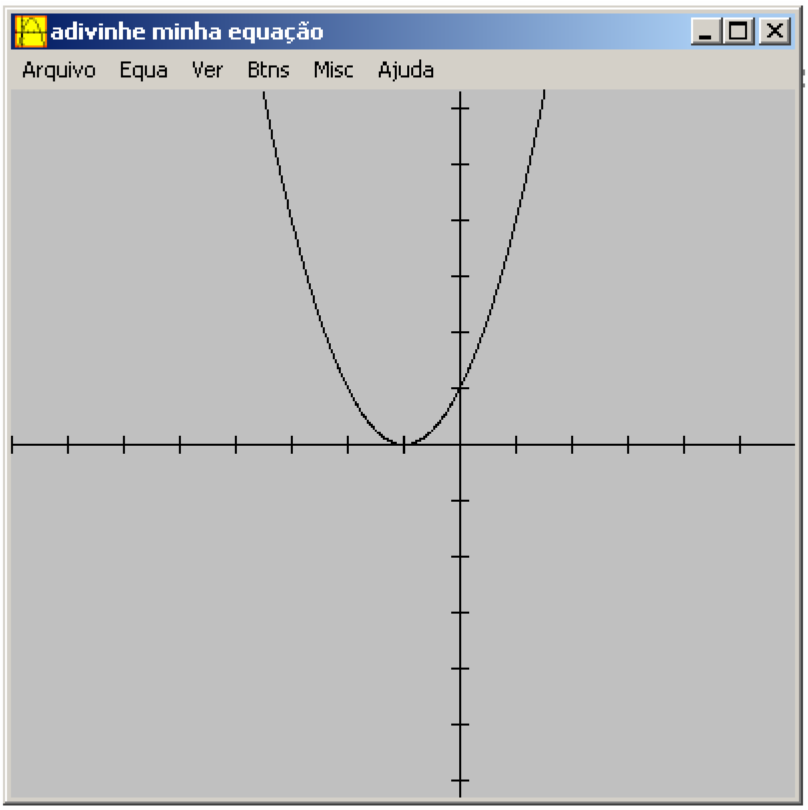
na caixa **A-valor atual**. Observe agora, que na caixa **semnome1.wp2** o ponto movimenta se sobre o gráfico da função.

# MÓDULO 9 – Adivinhando Funções

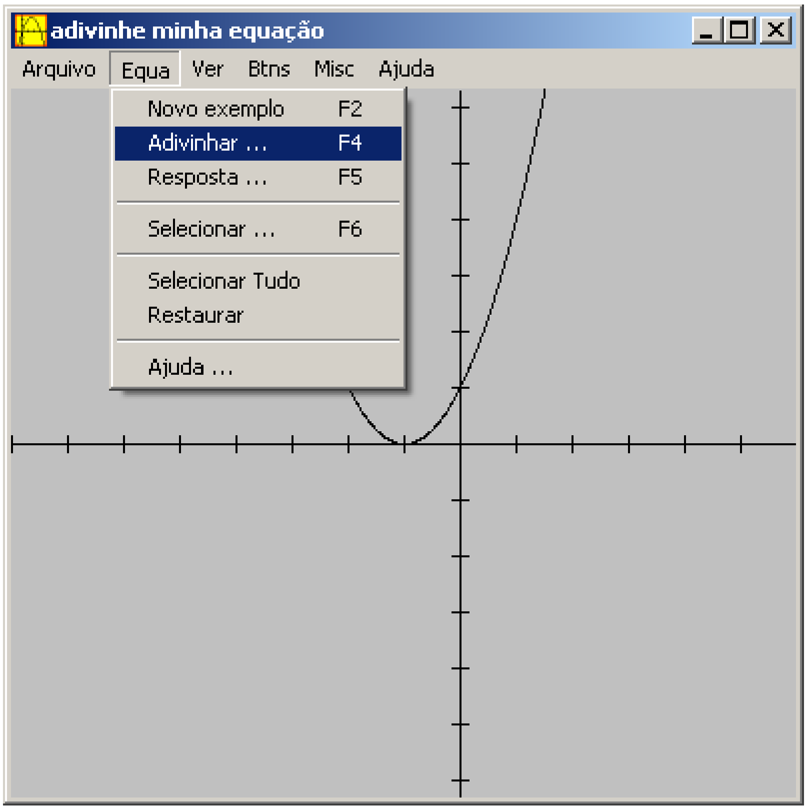
## 1 – Brincando de Adivinhar Funções

Na janela inicial do WinPlot vá até a opção Janela e clique no botão Adivinhar.

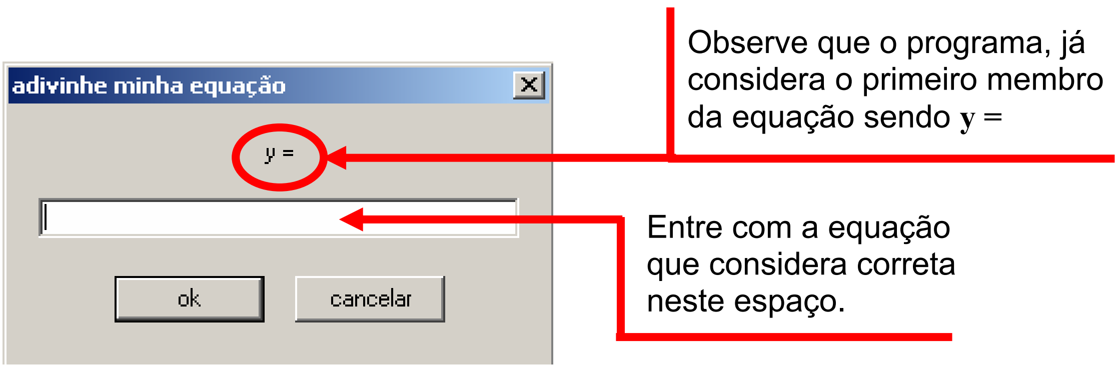

Surgirá a janela **adivinhe minha equação**, com um gráfico traçado. Como no exemplo abaixo:



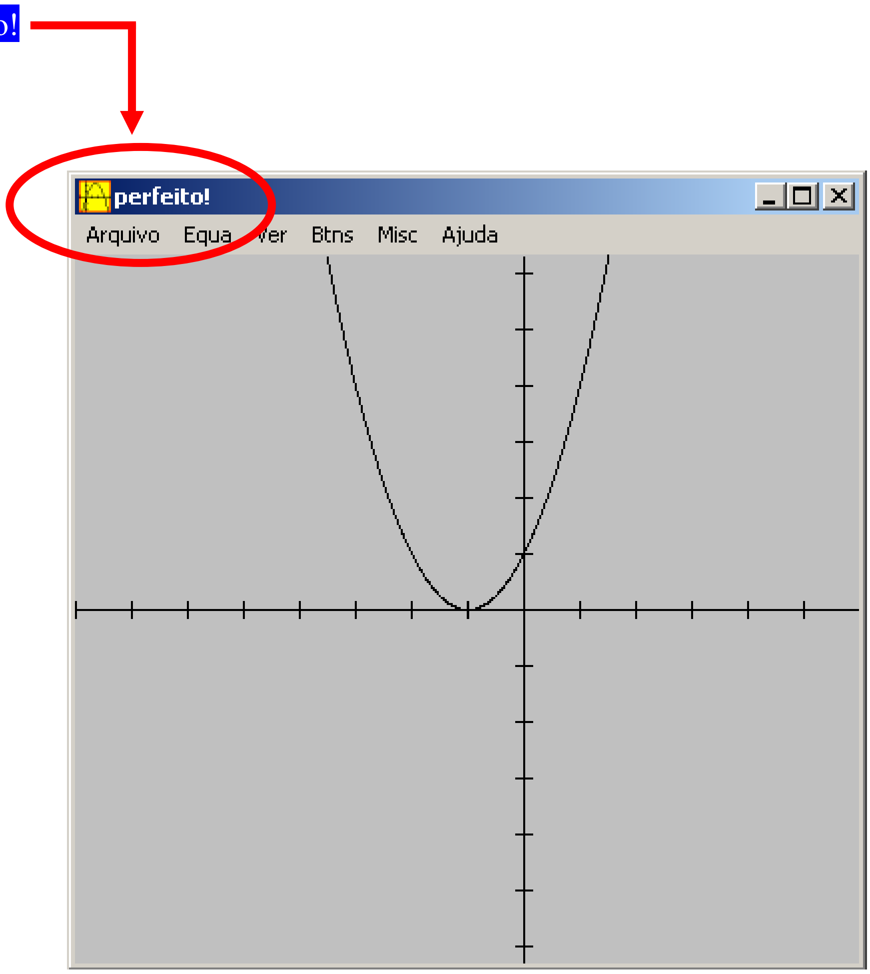
Para começar o ***“jogo de adivinhação”***, vá até a opção Equa e clique no botão Adivinhar ... F4.




Surgirá a janela **adivinhe minha equação**. Na qual, você deve digitar no espaço indicado a equação que considera certa para a construção do gráfico proposto.

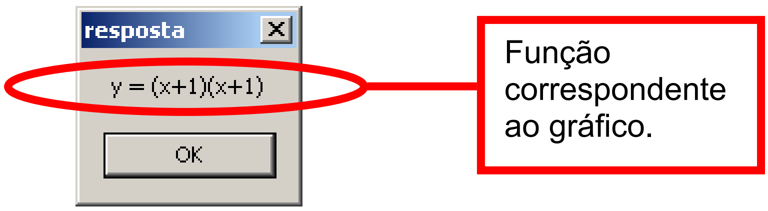


Caso a equação digitada esteja certa, na janela com o gráfico aparecerá a mensagem: perfeito!



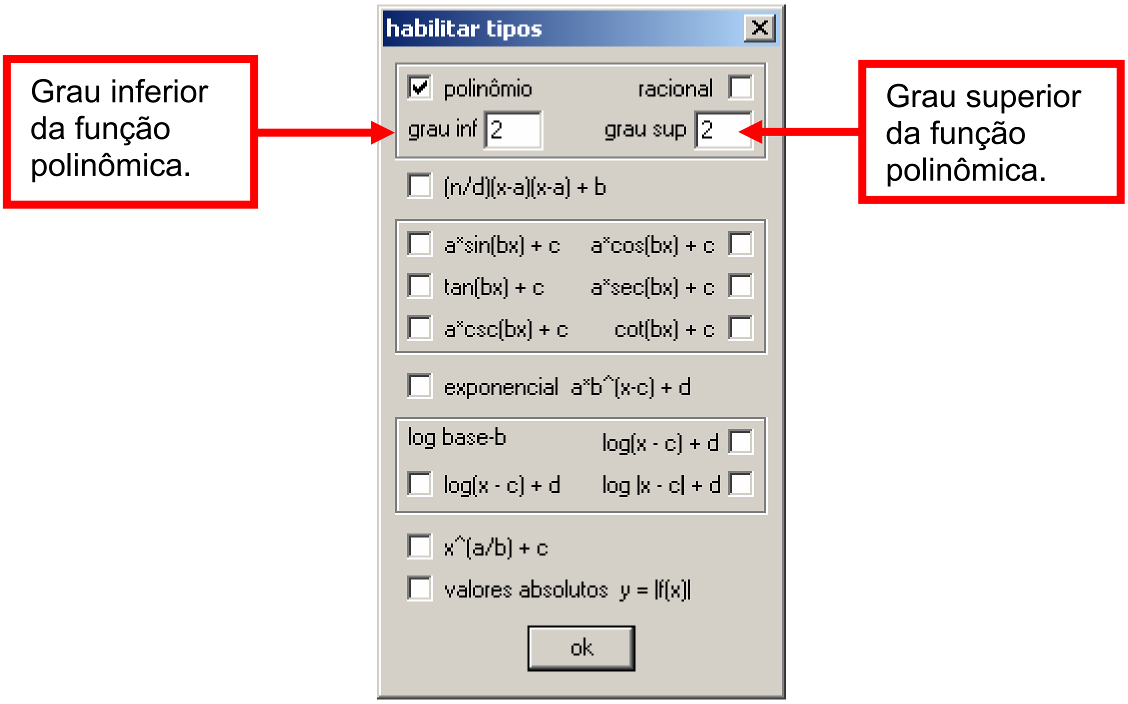

Caso esteja errado o programa desenhará, na janela, o gráfico da função digitada erroneamente e pedirá para tentar novamente.

Para saber a resposta que corresponde à função do gráfico desenhado pelo programa, vá à janela **adivinhe minha equação** até a opção Equa e clique no botão Resposta ... F5, surgirá a janela a seguir:



Para entrar com um novo exemplo vá até a opção Equa e clique no botão Novo exemplo F2, surgirá um novo gráfico e então se recomeça todo o jogo.

Para entrar com gráficos de funções diferentes (funções polinômicas, trigonométricas, logarítmicas, etc.), vá até a opção Equa e clique no botão Selecionar ... F6. Surgirá a janela **habilitar tipos**:




**Observação:**

Para construir funções polinômicas de um único grau, basta colocar na caixa correspondente ao grau inferior e superior o mesmo grau relativo às funções desejadas.

Caso deseje habilitar todos os tipos de funções basta clicar no botão Selecionar Tudo, e para desabilitar essa função do programa clique no botão Restaurar.

Agora que você aprendeu a jogar, teste as suas habilidades em funções.

# MÓDULO 10 – Sistemas de Equações

## Sistemas Lineares do 1º grau

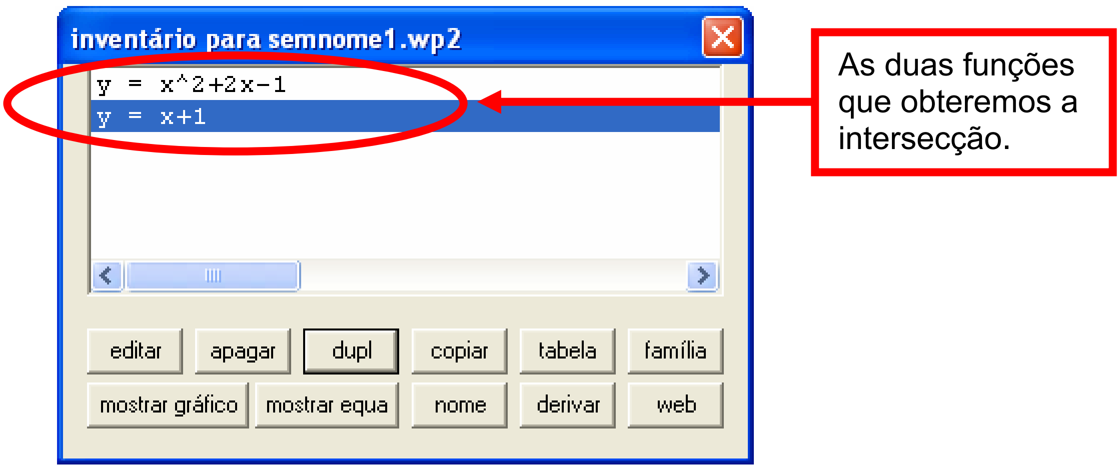
### 1 – Construindo os gráficos de duas funções na mesma tela

Devemos construir as duas funções na mesma tela de gráficos (veja **Módulo 1**). Para isso, ao duplicarmos os gráficos utilizando a tecla dupl da caixa **inventário para semnome1.wp2** , abre-se a caixa **cuidado!**, perguntando se deseja apagar o gráfico original. Opte por não.

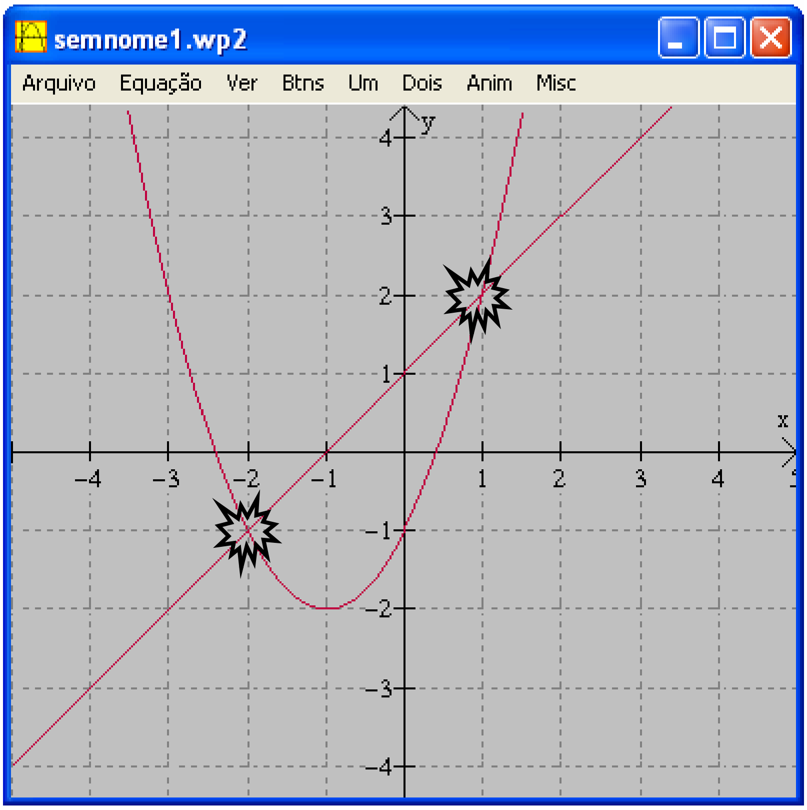
Exemplificando:

Construa os gráficos das funções f(x) = $x^2$+2x-1 e f(x) = x+1

A caixa **inventário para semnome1.wp2**, ficara assim:



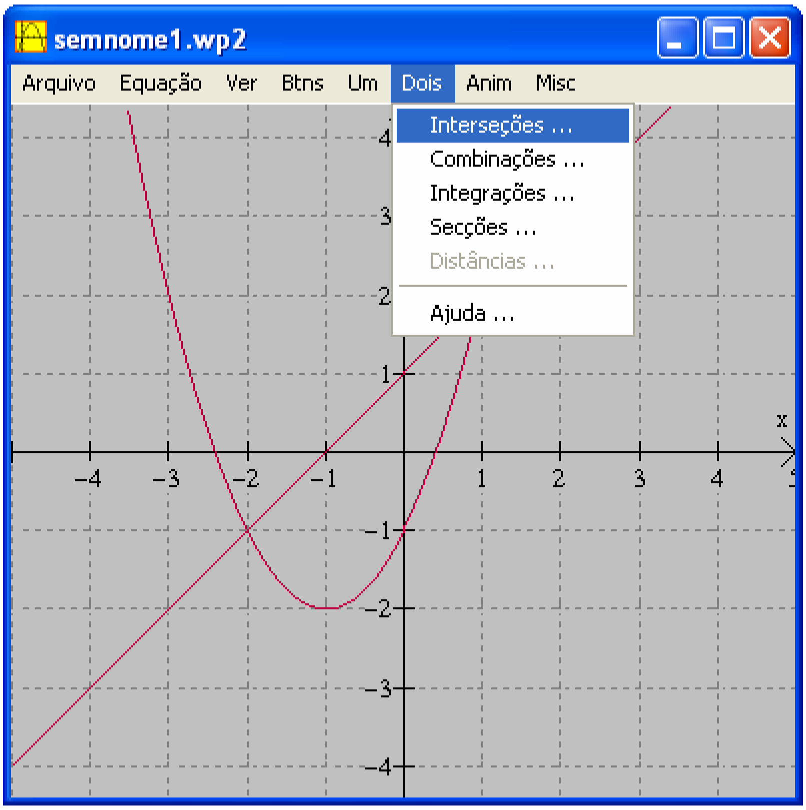

E na tela de gráficos aparecerá os dois gráficos das respectivas funções. Conforme figura a seguir.



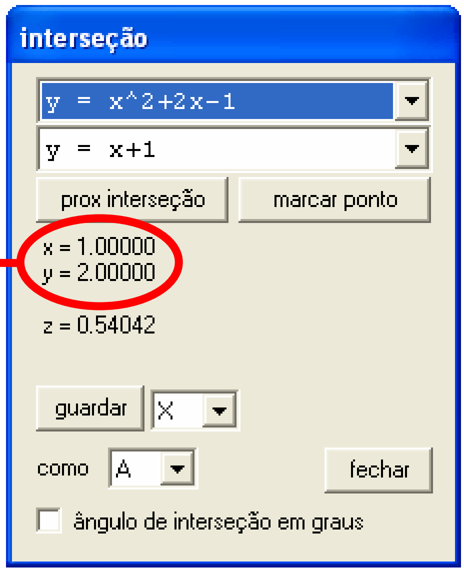

Note que há duas intersecções entre os gráficos. Logo, esse sistema terá na sua solução dois pontos como resposta.

## 2 – Encontrando os pontos de intersecção dos gráficos das duas funções

Para localizar os pontos de intersecção dos gráficos de duas funções entre em **Dois** e a seguir em **Intersecções**; conforme figura a seguir:



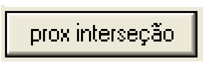

Surgirá a caixa **interseção**.




Coordenadas de um dos pontos de interseção.
**A(1, 2)**

Note que na tela de gráficos **semnome1.wp2** aparecerá uma marcação (+) no ponto correspondente a (1, 2).

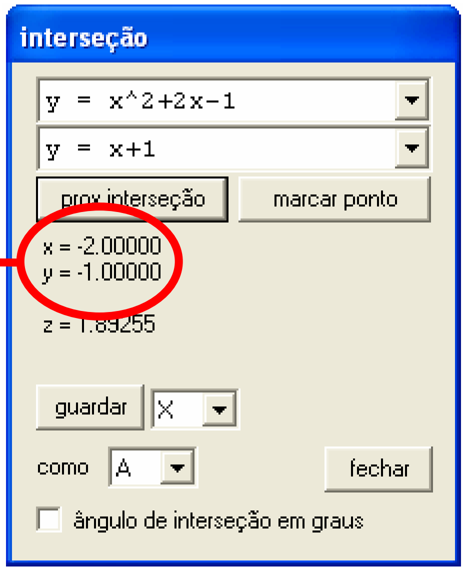
Para descobrir um segundo ponto de intersecção, caso exista, basta clicar em



.

A caixa **interseção** ficará:

Coordenadas do segundo ponto de interseção.
**A(-2, -1)**



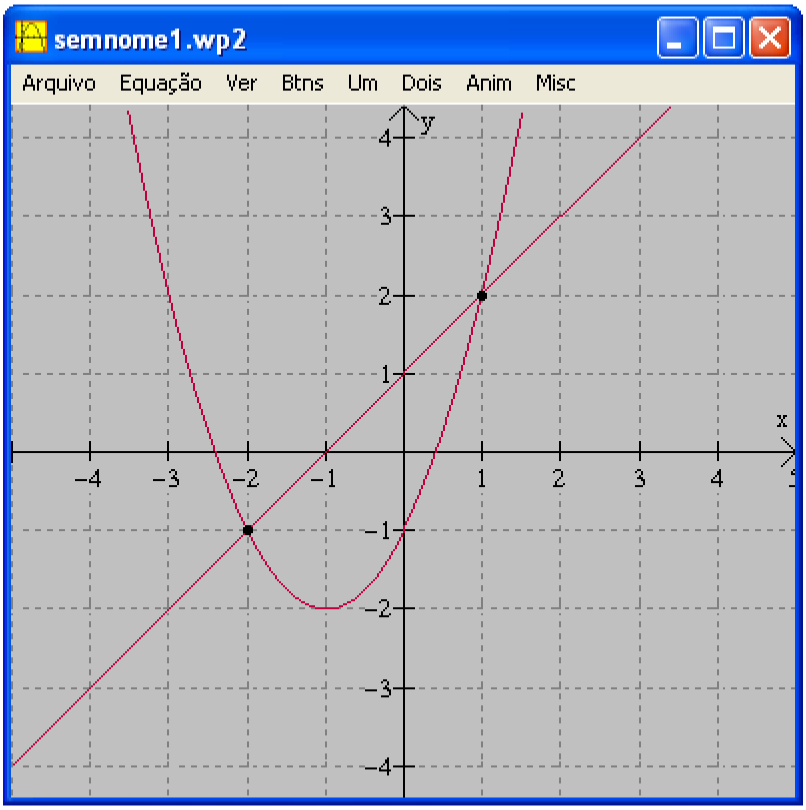

E na tela de gráficos **semnome1.wp2** aparecerá uma marcação (+) no ponto (-2, -1), correspondente à segunda interseção.

## 3 – Marcando os pontos de interseção dos gráficos

Para marcar os pontos de interseção dos gráficos, deve-se na caixa **interseção** clicar em


. O programa marcará o ponto na tela de gráfico **semnome1.wp2** correspondente àquela interseção. Faça esse procedimento para todas as interseções do sistema que esteja estudando.

No nosso exemplo o gráfico ficará:




## 4 – Verificando o tipo de sistema

## Discussão de um sistema linear do 1º grau

Utilizando os mesmos passos acima, para construção de dois gráficos na mesma janela, construiremos os gráficos das funções do 1º grau correspondentes aos sistemas lineares, determinaremos os pontos de interseção e verificaremos que tipo de sistema se trata.

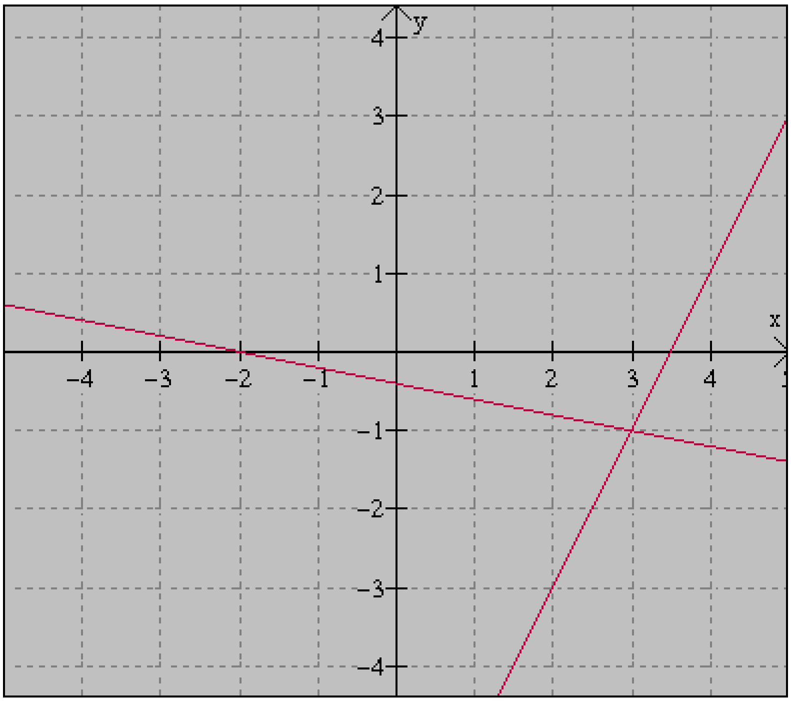
Exemplo 1: $\begin{cases} 2x & -y & = & 7 \\ x & +5y & = & -2 \end{cases}$

Como utilizamos a forma de equação explícita devemos isolar **y** nas duas equações antes de entrar com elas para construção dos gráficos.

Daí a primeira equação do exemplo 1 ficará: **y = 2x – 7**.

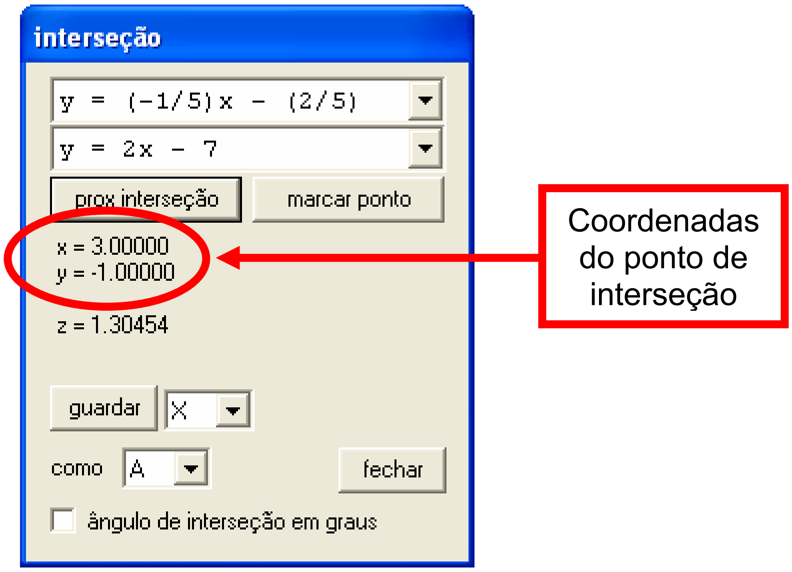
E a segunda equação: **y = (-1/5)x – (2/5)**

Resolução gráfica:




Observe que o sistema é possível e determinado, pois tem uma única solução (uma única interseção).

A caixa **interseção** ficará:



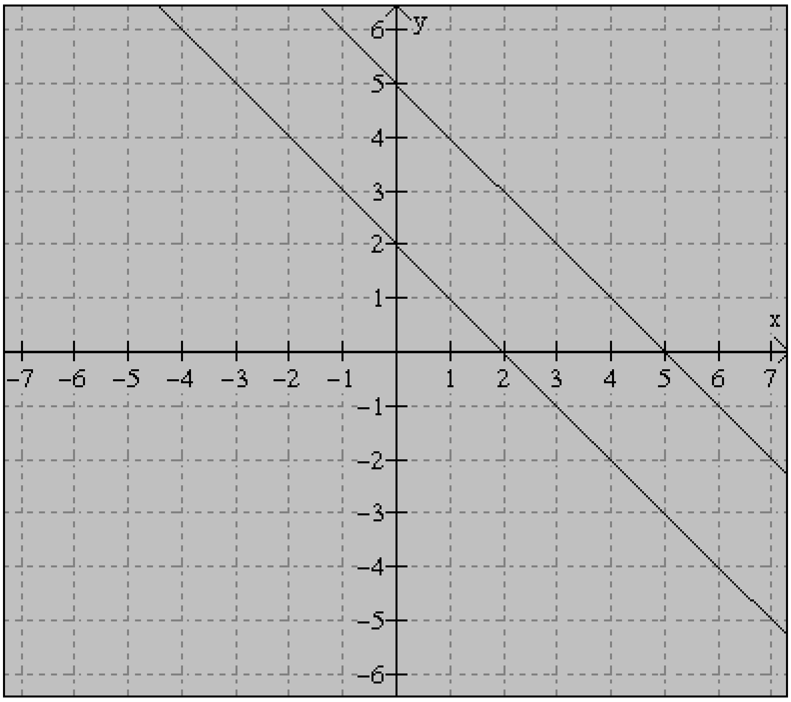
Exemplo 2: $\begin{cases} x & +y & = & 5 \\ -x & -y & = & 2 \end{cases}$

Isolando **y** em ambas equações:

Primeira equação: **y = -x + 5**.

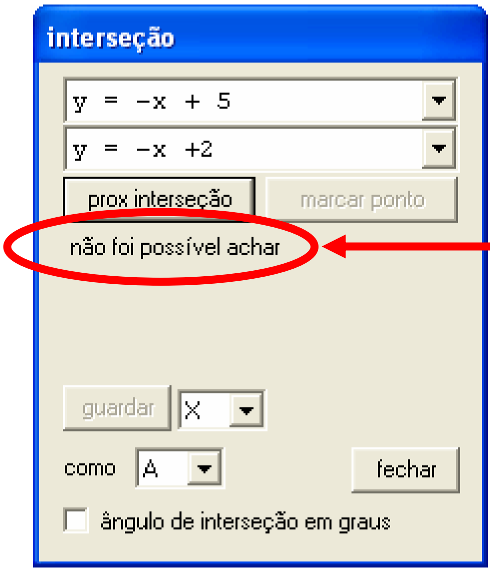
Segunda equação: **y = -x +2**.

Resolução gráfica:




Observe que as retas são paralelas, donde podemos concluir que não existirá a interseção entre elas (veja: definição de retas paralelas na Geometria Euclidiana), portanto a solução para o sistema será vazia (S = $\phi$) e classificá-lo-emos como Sistema Linear Impossível.

A caixa **interseção** ficará:




Observe a resposta dada pelo programa, confirmando a não existência da interseção entre as retas. Portando: **S =** $\phi$

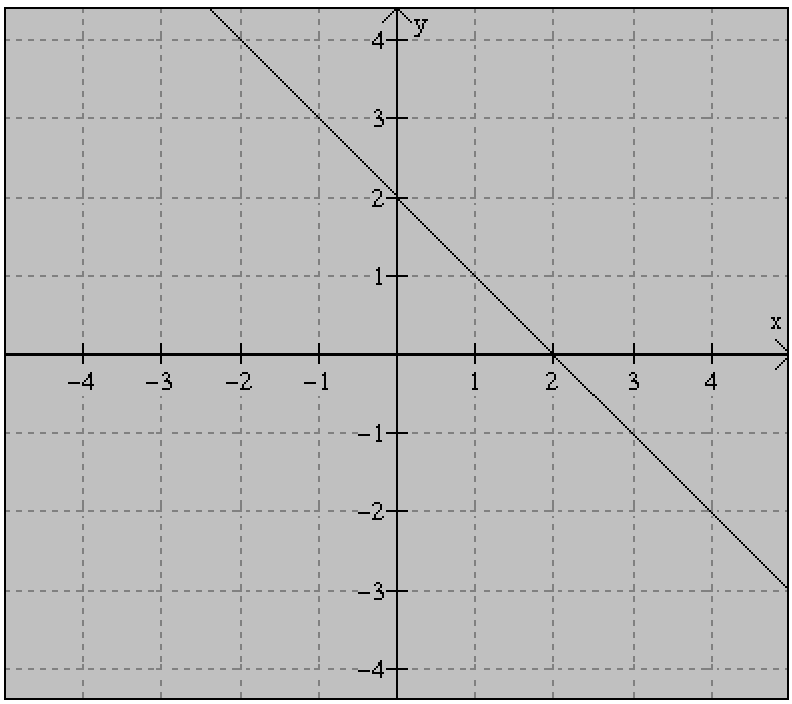
Exemplo 3: $\begin{cases} 6x + 6y = 12 \\ 4x + 4y = 8 \end{cases}$

Isolando **y** em ambas as equações:

Primeira equação: **y = -(6/6)x + 12/6**.

Segunda equação: **y = -(4/4)x + 8/4**.

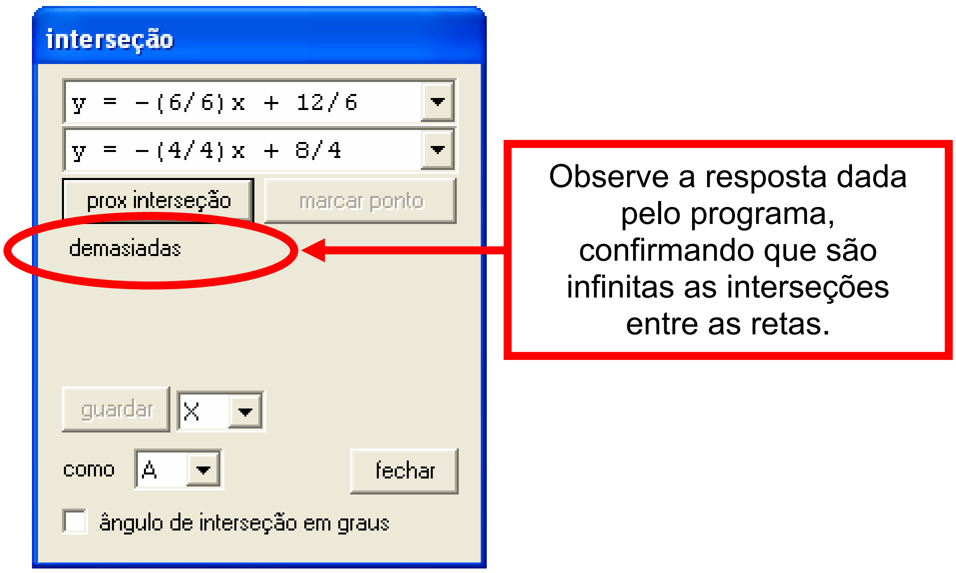
Resolução gráfica:



Observe que as duas retas são sobrepostas (coincidentes), donde podemos concluir que existem infinitas interseções.

Obtenha a solução algébrica do sistema.

A caixa **interseção** ficará:




Note que o programa não dá a solução algébrica do sistema, somente afirma que existem demasiadas - no sentido de infinitas - soluções para o sistema.

**Exercícios**:

Com auxílio do programa *Winplot*, classifique os sistemas abaixo, em $\Re^2$.

a) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 13x + 26y = 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 18 \\ 3x + 6y = 54 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

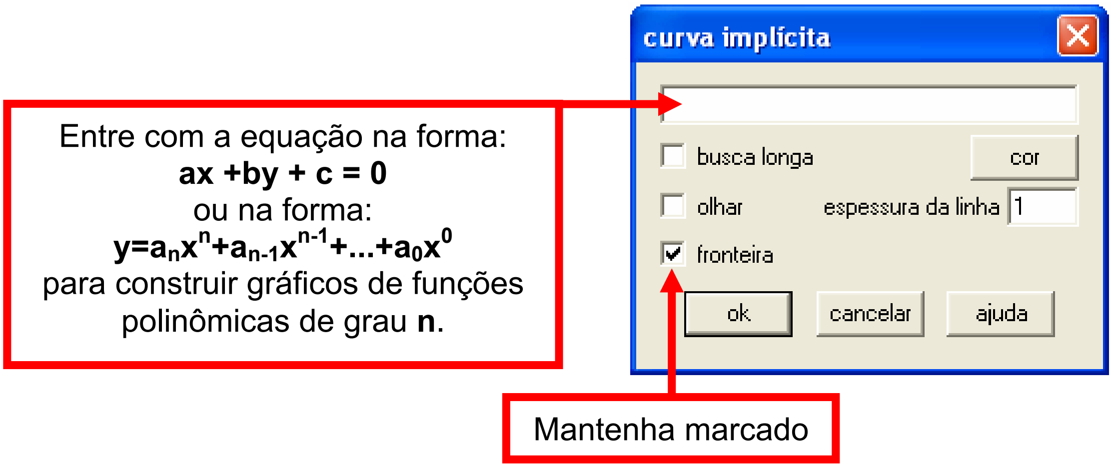
f) $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$

# MÓDULO 11 – Equações Implícitas

## 1 – Construindo os gráficos de retas na forma implícita

Para visualizar o gráfico de uma função de uma variável **y = f(x)**, na forma implícita, utiliza-se a opção Janela da barra de *menu* e em seguida a opção 2-dim F2 na coluna de comandos. Será apresentada a janela **semnome1.wp2**.

Clicando em Equação e em seguida na opção 3. Implícita ... F3 surgirá a janela




OBSERVAÇÃO:

O programa *Winplot* desenha as funções definidas da forma implícita esquadrinhando, aleatoriamente, à procura de um ponto inicial que se encaixa na equação que se esteja estudando. Encontrando um ponto, ele começa a desenhar a curva a partir daí. Aceitando que a função seja descontinua ele continua a procura por outros pontos iniciais, o que provoca uma demora maior.

Para maiores detalhes ver: Usando o Winplot de Sérgio de Albuquerque Souza em http://www.mat.ufpb.br/~sergio/winplot/ (consulta feita em 06 de janeiro de 2005).

# MÓDULO 12 – Construindo Gráficos De Funções Definidas Por Mais De Uma Sentença E Gráficos De Função Módulo

## 1 – Construindo os gráficos de funções definidas por mais de uma lei

Para construir o gráfico de uma função definida por mais de uma lei, clique em Equação e 1. Explícita ... F1 na janela semnome1.wp2. No caixa y = f(x), no campo f(x) = .

Digite: **joinx(lei 1| a, lei 2| b,..., lei n).**

O programa *Winplot* interpreta o comando **joinx** com sendo para construir o gráfico de uma função definida pelas leis, nos intervalos:

**lei 1** no intervalo **x < a;**

**lei 2** no intervalo **a < x < b;**

..............................

**lei n** no intervalo formado pelos **demais valores de x.** (última lei)

Consideremos o seguinte exemplo:

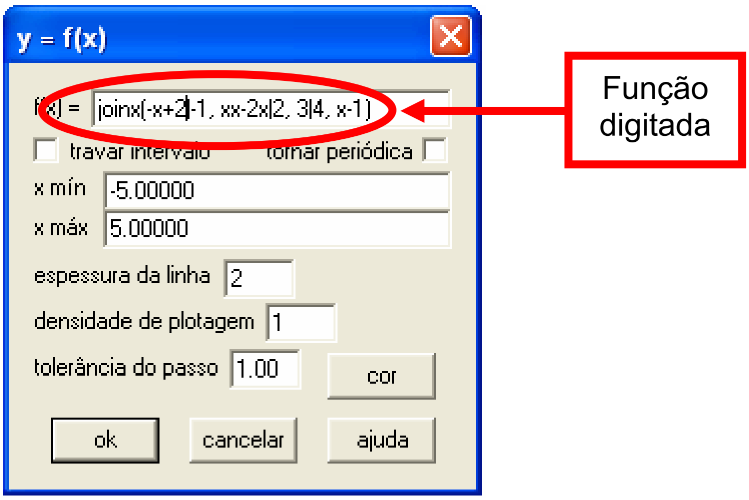
$$f(x)=\begin{cases} -x+2 & \text{, se } x < -1 \\ x^2 - 2x & \text{, se } -1 \le x < 2 \\ 3 & \text{, se } 2 \le x \le 4 \\ x - 1 & \text{, se } x > 4 \end{cases}$$

Devemos entrar com a função da forma : **joinx(-x+2|-1, xx-2x|2, 3|4, x-1).**

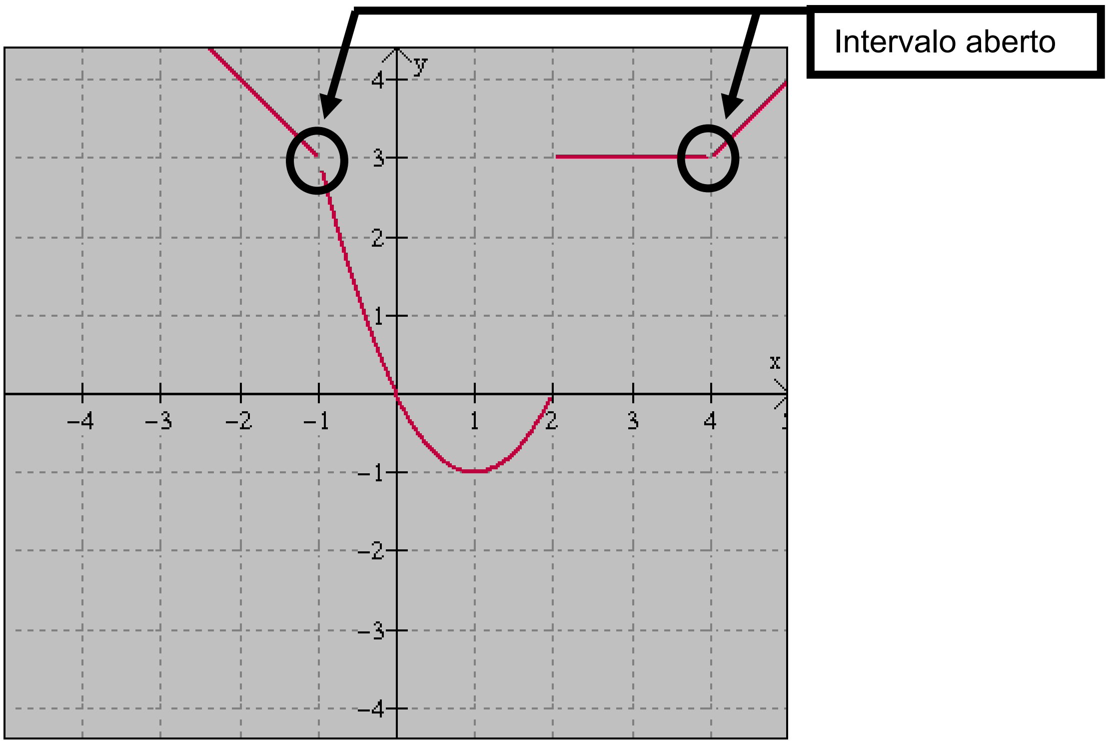
Limites de x dos intervalos

Observe que são considerados somente os intervalos abertos, isto é, as desigualdades ≥ e ≤ são tratadas da forma > e <, respectivamente.

Veja como ficaria a janela **y = f(x)**:



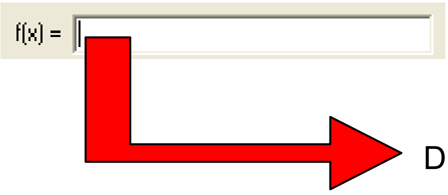

Veja como fica o gráfico:



## 2 – Construindo gráficos de funções módulos

Para construir o gráfico de uma função módulo, clique em 

e 

na janela semnome1.wp2. No caixa y = f(x), no campo 

.

Digite: **abs(f(x)).**

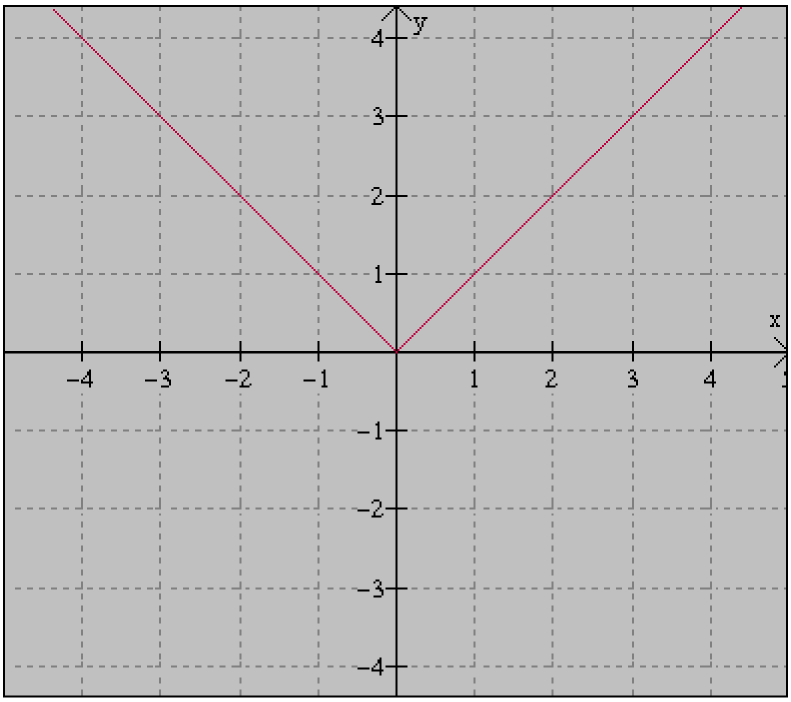
O programa *Winplot* interpreta o comando **abs** com sendo para construir o gráfico de uma função módulo (valor absoluto da função).

Consideremos os seguintes exemplos:

<u>Exemplo 1:</u>

Para construir o gráfico da função **f(x) = |x|**. Basta digitar no campo 

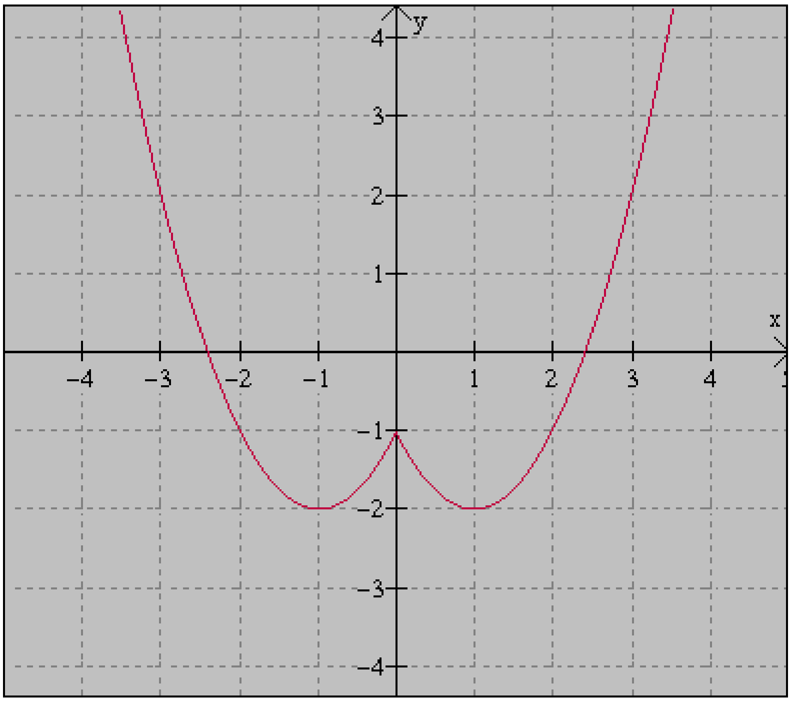
, **abs(x)**. E obteremos o gráfico abaixo:



Exemplo 2:

Para construir o gráfico da função **f(x) = |x|$^2$-2|x|-1**. Devemos digitar no campo 

, **abs(xx)-2abs(x)-1**. E obteremos o gráfico abaixo:



**<u>Exercícios</u>:**

**1)** Utilizando o programa *Winplot*, construa os gráficos das funções definidas por várias sentenças.

**a)** $f(x) = \begin{cases} x & ,\text{se } x < 1 \\ 1 & ,\text{se } x \geq 1 \end{cases}$

**b)**

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & ,\text{se } x \leq -2 \\ 3 & ,\text{se } -2 < x \leq 2 \\ x^2 - 2x + 1 & ,\text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

**c)** $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & ,\text{se } x < -1 \\ x^2 & ,\text{se } -1 \leq x \leq 3 \\ -(x-2)^2 & ,\text{se } x > 3 \end{cases}$

**d)** $f(x) = \begin{cases} 2 & ,\text{se } x < -2 \\ -x & ,\text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ -2 & ,\text{se } x > 2 \end{cases}$

**e)** $f(x) = \begin{cases} -x & ,\text{se } x < 0 \\ x & ,\text{se } x \geq 0 \end{cases}$

**2)** Utilizando o programa *Winplot*, construa os gráficos das funções módulos, abaixo:

a) $f(x) = |x^2-2x+1|$
b) $f(x) = |x^2-2x|+1$
c) $f(x) = |x^2|-|2x|+1$
d) $f(x) = |x-2|$
e) $f(x) = |x|-2$
f) $$f(x) = \begin{cases} |x-2|^2 & ,\text{se } x < -1 \\ (x-2)^2 & ,\text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

**3)** Existe diferença gráfica da função do item f do exercício 2, com o gráfico da função $f(x)=(x-2)^2$ ? Justifique sua resposta.

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

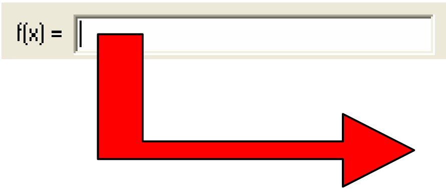
______________________________________________________________________

# MÓDULO 13 – Construindo Gráficos de Funções Exponenciais e Logarítmicas

## 1 – Construindo os gráficos de funções Exponenciais

Para construir o gráfico de uma função Exponencial, clique em 

e 

na janela **semnome1.wp2**. No caixa **y = f(x)**, no campo 

.

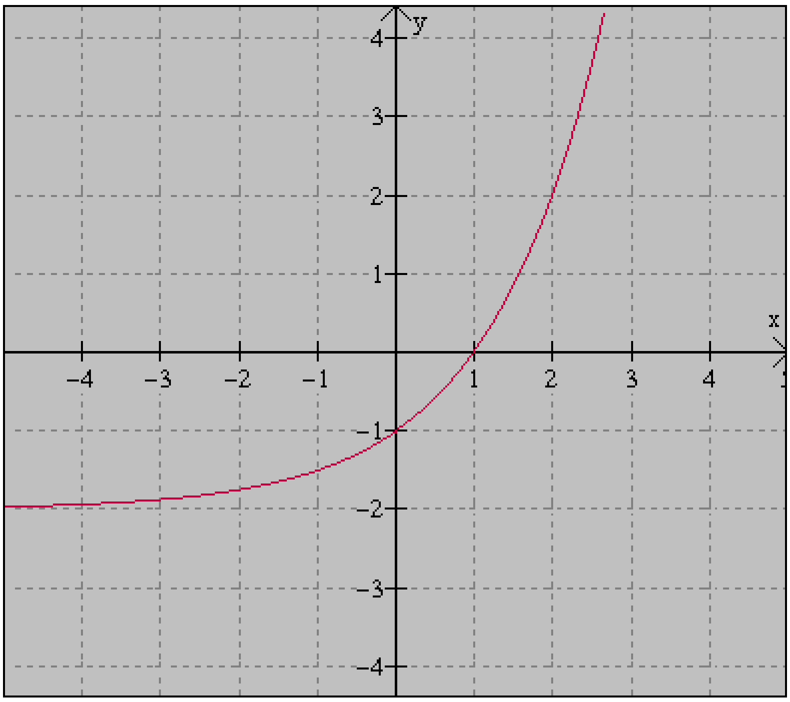
Digite: **b^g(x)+h(x)**, que equivale à $b^{g(x)}+h(x)$. Sendo **b** a base da função exponencial, terá como condição de existência: $\boxed{b>0 \text{ e } b\neq 1}$.

Consideremos o seguinte exemplo:

Construamos o gráfico de $f(x) = 2^x - 2$

No campo 

digitamos: 2^x-2, e obteremos o seguinte gráfico:



OBSERVAÇÃO:

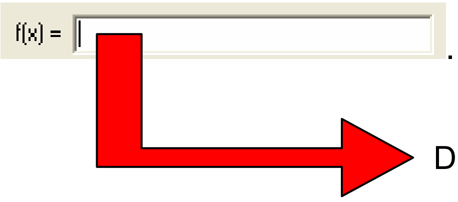
Se a base da função exponencial, que estamos construindo o gráfico, no programa *Winplot*, for o ***e*** (número de Neper: e ≈ 2,7182), podemos trabalhar das formas:

**f(x) = *e*^x ou f(x) = exp(x)**

## 2 – Construindo os gráficos de funções Logarítmicas

Para construir o gráfico de uma função Logarítmica, clique em 

e 

na janela **semnome1.wp2**. No caixa **y = f(x)**, no campo 

.

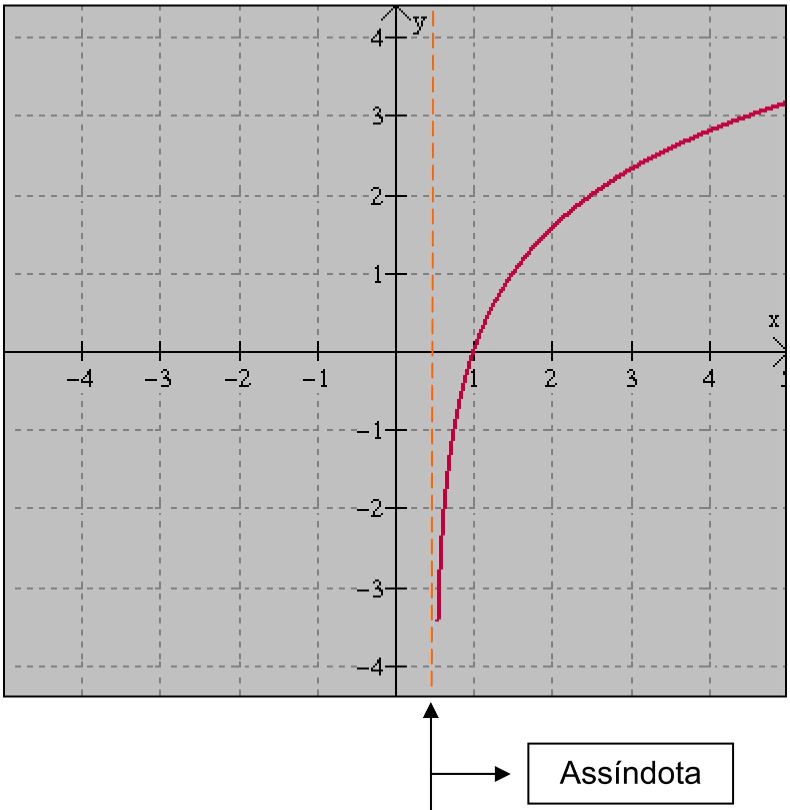
Digite:

- ✓ **log(x)**, considerando logaritmo de x na base 10;
- ✓ **log(b,x) = ln(x)/ln(b),** para considerar logaritmo de x na base b ou
- ✓ **ln(x)** para logaritmo natural de x, isto é, a base o logaritmo é e.

Exemplificando:

Construamos o gráfico de $f(x) = \log_2(2x-1)$

Na caixa **y = f(x)** devemos digitar: **log(2,2x-1)** para considerarmos a função logaritmo de (2x – 1) na base 2.




Note que a função $f(x) = \log_2(2x - 1)$ possui como campo de domínio: **2x – 1 > 0** o que implica **x > 1/2**.

OBSERVAÇÃO:

O programa *Winplot* não constrói as assíndotas das funções.

**Exercícios**:

**1)** Utilizando do programa *Winplot*, construa os gráficos das funções citadas abaixo:

a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = (1/2)^x$

c) $f(x) = 2^{x-1}$

d) $f(x) = 2^{x+1}$

e) $f(x) = x^x$

f) $f(x) = 2^x-1$

g) $f(x) = 2^x+1$

h) $f(x) = \ln(x)$

i) $f(x) = \log_3 (x)$

j) $f(x) = \log_{1/3} (x)$

k) $f(x) = \log_x 2$

l) $f(x) = \log(x-1)$

m) $f(x) = \log(x) – 1$

2) Esboce, utilizando do programa *Winplot*, num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções e faça seu comentário para cada item.

a) $f(x) = \log_4(x)$ e $f(x) = \log_{1/4}(x)$

b) $f(x) = 2^x$ e $f(x) = \log_2(x)$

c) $f(x) = 2^x+k$, para $k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

d) $f(x) = 2^{x+k}$, para $k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

e) $f(x) = \log_3 (x+k)$ , para $k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$