Exame de CDI-II - 10/jul/2007

1) Calcule (com precisão de 10^{-3}) a área no primeiro quadrante delimitada por $x = 1$ e $y = sen^2 x$.

2) Num aquário retangular com tampa deve caber *60 litros*, ter o fundo duplo e uma das faces já é a parede da sala.
   Que dimensões usarão a menor quantidade de vidro (três paredes, fundo duplo e tampa) ?

3) Derrama-se *940 litros (um litro = um dm³)* de água *por minuto* numa piscina cilíndrica. Num certo instante, a piscina tem o volume de *3.600 litros* e a altura de *5 dm* aumenta na velocidade de *um dm por minuto*. Com que velocidade cresce a o raio?

4) Monte <u>de duas maneiras distintas</u> a(s) integral(is) que calcula(m) o volume do sólido no primeiro octante, limitado pelas superfícies $z = x^2$ e $y^2 + z^2 = 25$.

5) Determine o domínio de convergência de $\sum \frac{(4x)^{2n}}{n3^n}$.

==

Gabarito:

1) $y = sen^2 x \rightarrow y' = 2sen\, x \cos x = sen\, 2x = 2x - \frac{(2x)^3}{3!} + \frac{(2x)^5}{5!} - \frac{(2x)^7}{7!} + \ldots$

$$y = x^2 - \frac{2^3x^4}{3!4} + \frac{2^5x^6}{5!6} - \frac{2^7x^8}{7!8} + \ldots = x^2 - \frac{2^3x^4}{4!} + \frac{2^5x^6}{6!} - \frac{2^7x^8}{8!} + \ldots$$

Área $= \int_0^1 sen^2 x dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2^3x^5}{5!} + \frac{2^5x^7}{7!} - \frac{2^7x^9}{9!} + \ldots\right]_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{2^3}{5!} + \frac{2^5}{7!} - \ldots \sim 0{,}273.$

2) Base $= xy$, Altura $= h \rightarrow V = xyh = 60 \rightarrow h = \frac{60}{xy}$

Parede oposta à parede da sala $= xh$

Outras paredes de vidro $= 2yh \rightarrow M = 3xy + xh + 2\,yh \rightarrow M = 3xy + \frac{60}{y} + \frac{120}{x}$

$M'_x = 3y - \frac{120}{x^2} = 0 \rightarrow y = \frac{40}{x^2} \rightarrow \frac{1}{y} = \frac{x^2}{40}$

$M'_y = 3x - \frac{60}{y^2} = 0 \rightarrow x = \frac{20}{y^2} = 20\left(\frac{1}{y}\right)^2 \rightarrow x = 20\left(\frac{x^2}{40}\right)^2 \rightarrow 1 = \frac{x^3}{80} \rightarrow x = \sqrt[3]{80} \sim 4{,}31dm$

$$y = \frac{40}{\sqrt[3]{80}^2} = \frac{\sqrt[3]{80}}{2} \sim 2{,}15dm$$

$$h = \frac{60}{xy} = \frac{60\sqrt[3]{80}^2}{\sqrt[3]{80}.40} = \frac{3\sqrt[3]{80}}{2} \sim 6{,}46dm$$

3) $V = \pi r^2 h \rightarrow 3600 = \pi r^2 5 \rightarrow r = \sqrt{\dfrac{720}{\pi}}$

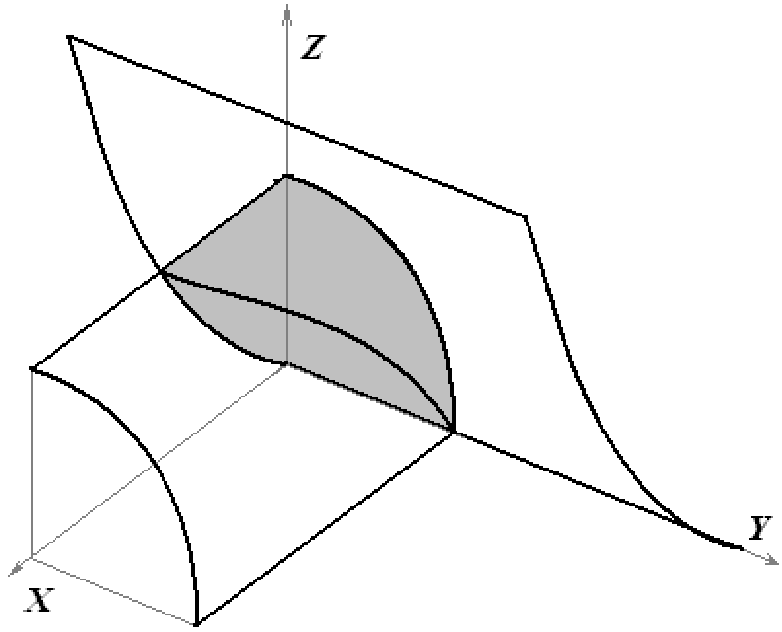
$V' = 2\pi rh(r') + \pi r^2(h') = 2\pi rh(r') + \pi r^2(h') \rightarrow 940 = 2\pi\sqrt{\dfrac{720}{\pi}}\,5r' + \pi\dfrac{720}{\pi}\,(1)$

$940\text{-}720 = 120\pi\sqrt{\dfrac{5}{\pi}}\,r' \rightarrow r' = \dfrac{11\sqrt{5\pi}}{30\pi} \sim 0{,}46\,dm/min$

4) $\int_0^5 \int_0^{\sqrt{25-y^2}} \sqrt{z}\,dzdy$

$\int_0^5 \int_0^{\sqrt{z}} \sqrt{25-z^2}\,dzdy$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^5 \sqrt{\rho\cos\theta}\,\rho d\rho d\theta$



5) $\lim_{n\to\infty} \left| \dfrac{(4x)^{2n+2}}{(n+1)3^{n+1}} \dfrac{n3^n}{(4x)^{2n}} \right| = |4x|^2 \lim_{n\to\infty} \left| \dfrac{n}{3(n+1)} \right| = \dfrac{|4x|^2}{3} < 1 \rightarrow x^2 < \dfrac{3}{16}$

$-\dfrac{\sqrt{3}}{4} < x < \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Para $x = -\dfrac{\sqrt{3}}{4}$, temos $\sum \dfrac{3^n}{n} >$ série harmônica - *divergente* e

Para x = , $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$, idem. *Dom Conv.* = $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4}, \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$.