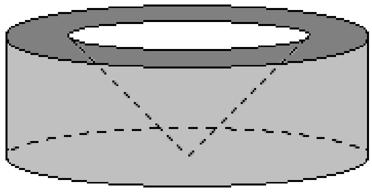
Terceira Prova de CDI-II - 30/mai/2007 - 18:10



$C(x,y,z) = 2x^2 + 2y^2$

1) Se $C(x,y,z)$ representa a concentração de impurezas ($part./cm^3$) em uma certa região, então a integral de $C(x,y,z)$ nesta região do R^3, resulta na quantidade total de impurezas. **Monte** a integral que calcula a quantidade de impurezas na região dada pela figura ao lado (cilindro circular de raio $10\ cm$, entre $z = 0$ e $z = 8$ de onde foi extraído um cone com ângulo de 90^o)

2) Transformar em coordenadas retangulares $\displaystyle\int_0^{\pi}\int_1^3\int_{\rho}^{16\rho-\rho^2} \frac{dz d\rho d\theta}{\rho}$

3) Monte as integrais que calculam o volume dos sólidos no primeiro octante, limitados pelas superfícies $z = 9 - x^2$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 81$.

4) Escrever em coordenadas cilíndricas ou esféricas

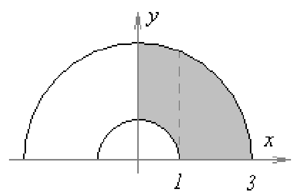
$$\int_0^4 \int_{-\sqrt{4y-y^2}}^{\sqrt{4y-y^2}} \int_{y^2}^{20-x} dzdxdy$$

5) Calcule uma das integrais referentes a uma das questões anteriores.

==

Gabarito:

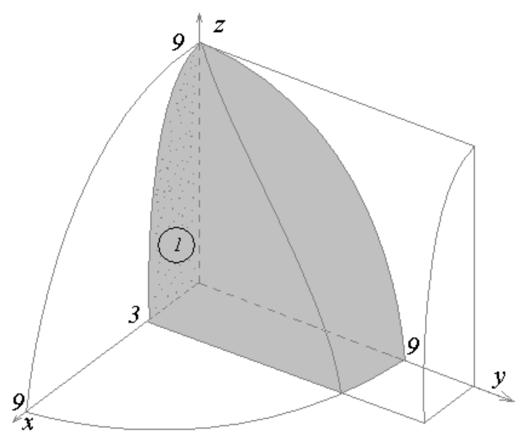
1) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^8\int_0^{\rho} 2\rho^3 dz d\rho d\theta + \int_0^{2\pi}\int_8^{10}\int_0^8 2\rho^3 dz d\rho d\theta$



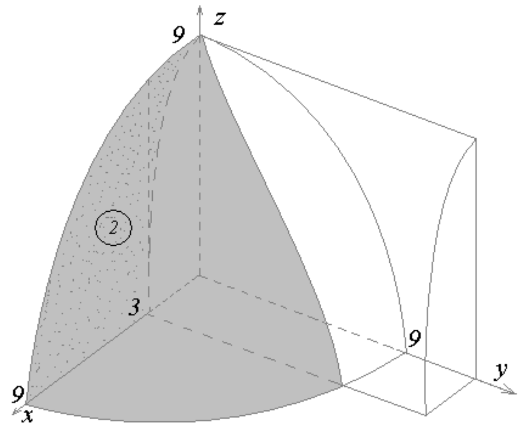
2) $\displaystyle 2\int_0^1\int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{16\sqrt{x^2+y^2}-x^2-y^2} \frac{dzdydx}{x^2+y^2} + 2\int_1^3\int_0^{\sqrt{9-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{16\sqrt{x^2+y^2}-x^2-y^2} \frac{dzdydx}{x^2+y^2}$

3) (interna ao cilindro parabólico) 1

$$\int_0^3\int_0^{9-x^2} \sqrt{81-x^2-z^2}\, dzdx$$

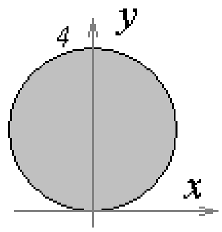


(externa ao cilindro parabólico) 2



$$\int_{0}^{3}\int_{9-x^{2}}^{\sqrt{81-x^{2}}} \sqrt{81-x^{2}-z^{2}}\,dzdx + \int_{3}^{9}\int_{0}^{\sqrt{81-x^{2}}} \sqrt{81-x^{2}-z^{2}}\,dzdx$$

4) $\displaystyle\int_{0}^{\pi}\int_{0}^{4\,sen\,\theta}\int_{\rho^{2}\,sen^{2}\,\theta}^{20-\rho\cos\theta} \rho\,dz\,d\rho\,d\theta$



5) $\displaystyle\int_{0}^{\pi}\int_{1}^{3}\int_{\rho}^{16\rho-\rho^{2}} \frac{dz\,d\rho\,d\theta}{\rho} = \int_{0}^{\pi}\int_{1}^{3}\left[\frac{z}{\rho}\right]_{\rho}^{16\rho-\rho^{2}} d\rho\,d\theta$

$$= \int_{0}^{\pi}\int_{1}^{3}\left[\frac{16\rho-\rho^{2}-\rho}{\rho}\right]d\rho\,d\theta = \int_{0}^{\pi}\int_{1}^{3}(15-\rho)\,d\rho\,d\theta$$

$$= \int_{0}^{\pi}\left[15\rho-\frac{\rho^{2}}{2}\right]_{1}^{3} d\theta = \int_{0}^{\pi} 26\,d\theta = 26\left[\theta\right]_{0}^{\pi} = 26\pi$$