1. Esboce o gráfico da função $y = 1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$, determine o domínio, imagem, crescimento ou decrescimento e a assíntota.

2. Esboce o gráfico da função $y = 2 - 3.(2)^x$, determine o domínio, imagem, crescimento ou decrescimento e a assíntota.

3. Esboce o gráfico da função $y = 2 + 4.(2)^x$, determine o domínio, imagem, crescimento ou decrescimento e a assíntota.

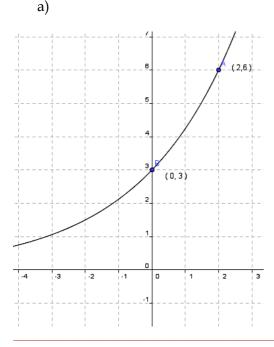
4. Determine uma fórmula do tipo $y = b.a^x$, para cada função exponencial cujos valores são dados na tabela a seguir.

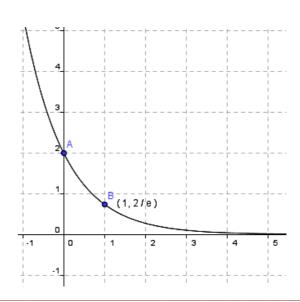
Χ	f(x)	g(x)
-2	1,472	-9,0625
-1	1,84	-7,25
0	2,3	-5,8
1	2,875	-4,64
2	3,59375	-3,7123

a) f(x)

b) g(x)

5. Determine uma fórmula para a função exponencial $y = b.a^x$, cujo gráfico é demonstrado na figura. a) b)





6. Esboce o gráfico de cada função e analise domínio, imagem, crescimento ou decrescimento e assíntotas.

a)
$$f(x) = 3.2^x$$

b)
$$f(x) = 4.0.5^x$$

c)
$$f(x) = 4.e^{3x}$$

d)
$$f(x) = 5.e^{-x}$$

7. Determine o período e imagem e faça o gráfico de um período completo das funções a seguir:

a)
$$f(x) = -3\cos x$$

b)
$$f(x) = |\cos x|$$

c)
$$f(x) = \cos\frac{x}{2}$$

d)
$$f(x) = 1 + \cos x$$

e)
$$f(x) = 1 + 2\cos 3x$$

f)
$$f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

g)
$$f(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$$

i)
$$f(x) = -2 \operatorname{sen} x$$

$$j) \quad f(x) = |3. \operatorname{sen} x|$$

$$k) \quad f(x) = -\sin\frac{x}{3}$$

1)
$$f(x) = 1 + 2 \sin x$$

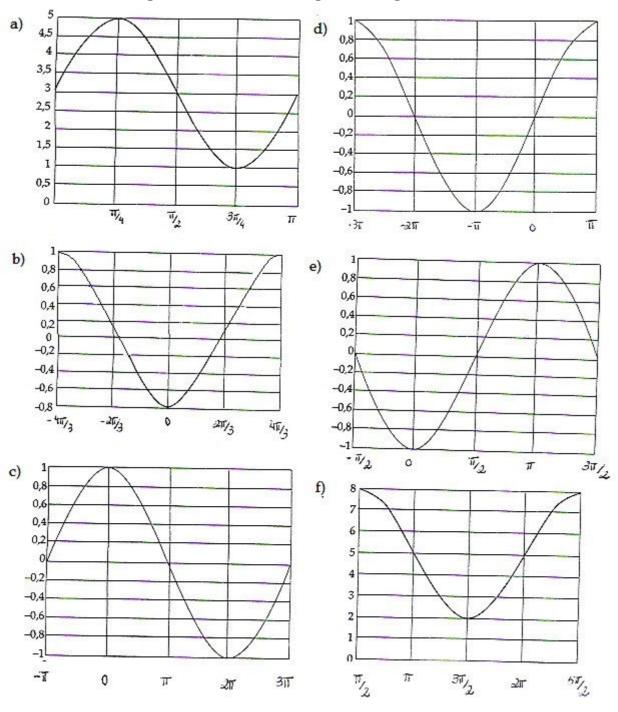
m)
$$f(x) = 1 + 3. \text{sen } \frac{x}{2}$$

n)
$$f(x) = \operatorname{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

o)
$$f(x) = 1 + 2. \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$$

p)
$$f(x) = 1 - 2. \operatorname{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

8. Determine a função geradora de cada um dos gráficos a seguir.



9. Numa certa cultura existem 1000 bactérias em determinado instante. Após 10 minutos, existem 4000. Quantas bactérias existirão em 1 hora, sabendo que elas aumentam através da fórmula $P = P_0 \cdot e^{kt}$, em que P é o número de bactérias, t é o tempo em horas e k é a taxa de crescimento?

- 10. Em uma experiência de aprendizado, os psicólogos Miller e Dollard registraram o tempo que uma menina de 6 anos levava para encontrar uma bala escondida em uma série de tentativas. A menina levou 210 segundos para achar sua 1^a bala e 86 segundos para achar a 2^a bala . Suponha que o tempo necessário para encontrar a bala pudesse ser modelado por uma função da forma $T = A \cdot e^{-kn}$, onde n é o número de acertos e k é uma constante.
- a. Determine os valores das constantes A e K
- b. Se o modelo estivesse correto, quanto tempo levaria a menina para encontrar a bala na nona tentativa? Na verdade a menina levou 2 segundos.
- **11.** Devido a um grave problema, a população de uma cidade no Senegal está sendo reduzida a uma taxa de 10% ao ano. Quanto tempo levará para que esta população seja reduzida a 50%, sabendo que essa situação pode ser modelada por uma função exponencial do tipo $y = y_0 \cdot b^t$?
- **12.** A produção de uma peça numa empresa é expressa pela função y = 100 100.e-0,2d, $y = 100 100e^{-0,2d}$ onde y é o número de peças e d o número de dias. A produção de 87 peças será alcançada em quantos dias?
- **13.** A expressão $P(t) = k.2^{0.05t}$ fornece o número P de milhares de habitantes de uma cidade, em função do tempo t, em anos. Se em 1990 essa cidade tinha 300.000 habitantes, quantos habitantes, aproximadamente, ela possuía no ano 2000?
- **14.** Um corpo com temperatura de 200 °C é exposto ao ar e após 30 segundos sua temperatura atinge 120°C. Sabendo que seu resfriamento obedece a função: $T = c.e^{kt} + Ta$ Onde: $T \Rightarrow$ temperatura; $t \Rightarrow$ tempo; c, $k \Rightarrow$ constantes; $Ta \Rightarrow 20$ °C.
- a) Determinar a temperatura após 1 hora.
- b) Determinar o tempo necessário para atingir 40°C.
- **15.** Um psicólogo desenvolveu uma fórmula que relaciona o número n de símbolos que uma pessoa pode memorizar no tempo t, em minutos.

A fórmula é: $f(t) = 30 \cdot (1 - e^{-t/3})$

- **a)** Calcule, de acordo com a função f e com aproximação às unidades, quantos símbolos uma pessoa pode memorizar em 4 minutos.
 - b) Uma pessoa memorizou 26 símbolos.

Quanto tempo precisou, aproximadamente, para realizar tal tarefa?

- **16.** A pressão atmosférica, P , em polegadas de mercúrio (1 polegada = 25,4 mm), é dada por : P (h) = $30 \times 10^{-0.09h}$ onde h é a altura, em milhas (1 milha = 1609 metros), acima do nível do mar. Calcule:
 - a) a pressão atmosférica 3 km acima do nível do mar;
- **b)** com erro inferior a 0,1 milhas determinem a altura de uma montanha sabendo que no cume a pressão atmosférica é de 505 mm de mercúrio.

17. De um modo geral, a população, ou seja, o numero de bactérias, mosquitos, etc, existentes num instante t é dado por uma lei exponencial do tipo $P = P_0 e^{kt}$, onde k é uma constante positiva, chamada constante de proporcionalidade, e P_0 é a população inicial (população no instante t = 0).

Suponhamos então uma situação concreta em que o número P de mosquitos é dado pela expressão: $P = P_0 e^{0.01t}$, onde o tempo t é expresso em dias.

Determine a população inicial P_0 , sabendo que depois de 30 dias a população é de 400 000 mosquitos.

- **18.** O capital acumulado a prazo ao fim de n anos, quando capitalizado de forma continua , pode ser calculada através da função $C = C_0 e^{tn}$, em que C_0 representa a quantia depositada e t a taxa de juro anual (na forma decimal). Supondo $C_0 = 10\,000$ euros e t = 8%, determina:
 - a) a quantia acumulada ao fim de um, de dois e de oito anos e meio.
 - b) aproximadamente ao fim de quanto tempo duplica o capital?
- **19.** A quantidade, em gramas, de substância radioativa de uma amostra decresce segundo a fórmula $Q(t) = Q_0 e^{-0.0001t}$, em que t representa o número de anos. Ao fim de 5 000 anos restavam 3 gramas de substância radioativa na amostra. Quantas gramas existiam inicialmente?
- **20.** Um som de nível A de decibéis está relacionado com a sua intensidade i pela equação $A = 10 \log i$ (com i > 0)

Com i expressa em unidades adequadas.

- a) Um som com 1 000 unidades de intensidade atinge quantos decibéis?
- **b)** De um local próximo os níveis de ruído provocados por um caminhão e por um avião a jato são, respectivamente, 100 e 120 decibéis.

Qual é a razão entre a intensidade de ruído provocado pelo avião a jato e a do ruído do caminhão?

- c) Exprima i em função de A.
- **21.** O resfriamento de uma bola de metal é gerado pela função $T(t) = c.e^{kt} + 20$, em que:
 - *c* e *k* são constantes;
 - *t* indica o tempo (em minutos);
 - 20 é a temperatura do ar (em °C);
 - T(t) indica a temperatura (em °C) no instante t.

Sabendo que a temperatura da bola inicialmente era de 100°C e passados 20 minutos a sua temperatura era de 60°C, calcule:

- a) Qual a temperatura da bola de metal quando o tempo for de 15 minutos?
- b) Qual o tempo necessário para que a bola de metal tenha a temperatura de 40°C?

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS - FUNÇÕES

2011/1

22. Em certa cidade litorânea, a altura h da maré (em metro), em função do tempo t, é dada pela função $h\left(t\right)=2+\frac{1}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}\cdot t\right)$, na qual o tempo é medido em hora, a partir da meia-noite. Analise as sentenças abaixo assinalando (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as falsas.

- a. () A amplitude é igual a $\frac{1}{2}$.
- b. () A imagem da função é $\left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$.
- c. () O período da maré é igual a 6.
- d. () Às 6 horas da manhã e à meia-noite a altura da maré é 2,5 metros.

23. Quando uma onda senoidal se propaga em uma corda, sua fonte realiza, na vertical, um movimento harmônico simples e tem sua posição y, em função do tempo t, dada pela lei $y(t) = A \cdot \cos{(\alpha + \omega t)}$, em que A é a amplitude, α é a fase inicial e ω é a pulsação do movimento. Sabendo que uma onda se propaga de acordo com a equação $y(t) = 3 \cdot \cos{\left[2\left(\frac{\pi}{4} + t\right)\right]}$. Analise as sentenças abaixo assinalando (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as falsas.

- a. () A amplitude é igual a 3.
- b. () A fase inicial é igual a $\frac{\pi}{4}$.
- c. () A pulsação da onda é igual a 2.
- d. () A posição da vertical da onda é 2, para o tempo decorrido de $\frac{3\pi}{2}$

24. (UFPR) Suponha que o horário do pôr do sol na cidade de Curitiba, durante o ano de 2009, possa ser descrito pela função $f(t) = 18.8 - 1.3 \cdot sen\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ sendo t o tempo dado em dias e t = 0 o dia 1° de janeiro. Com base nessas informações, considere as seguintes afirmativas:

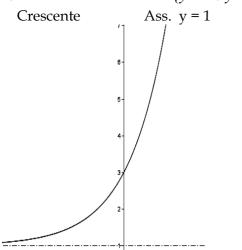
- I. O período da função acima é 2π .
- II. Foi no mês de abril o dia em que o pôr do sol ocorreu mais cedo.
- III. O horário em que o pôr do sol ocorreu mais cedo foi 17h30. Assinale a alternativa correta.
- a) Somente a afirmativa III é verdadeira.
- b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.

- **25.** (UFSC 2008) As marés são fenômenos periódicos que podem ser descritos, simplificadamente, pela função seno. Suponhamos que, para uma determinada maré, a altura h, medida em metros, acima do nível médio, seja dada, aproximadamente, pela fórmula $h(t) = 8 + 4 \cdot sen\left(\frac{\pi}{12}t\right)$, em que t é o tempo medido em horas. Assinale a(s) proposição (ões) CORRETA(S).
- a. O valor mínimo atingido pela maré baixa é 8 m.
- b. O momento do dia em que ocorre a maré baixa é às 12 h.
- c. O período de variação da altura da maré é de 24 h.
- d. O período do dia em que um navio de 10 m de calado (altura necessária de água para que o navio flutue livremente) pode permanecer nesta região é entre 2 e 10 horas.

<u>RESPOSTAS - RESPOSTAS - RESPO</u>



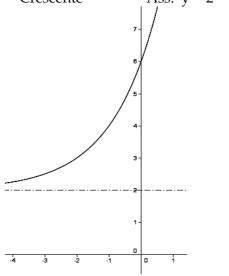
Im= $\{y \in R / y > 1\}$



3. D=R

Im= $\{y \in R / y > 2\}$

Crescente Ass. y = 2

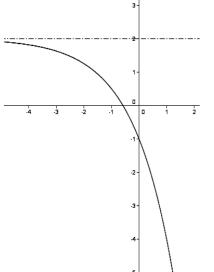


2. D=R

Im= $\{y \in R / y < 2\}$

Decrescente





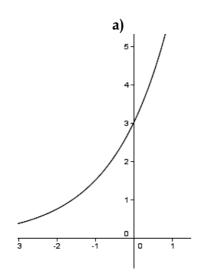
4. a)
$$f(x) = 2.3.(1.25)$$

4. a)
$$f(x) = 2.3.(1.25)^x$$
 b) $g(x) = -5.8(0.8)^x$

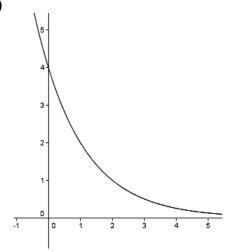
5. a)
$$f(x) = 3(\sqrt{2})^x = 3.2^{\frac{x}{2}}$$

b)
$$g(x) = 2\left(\frac{1}{e}\right)^x = 2e^{-x}$$

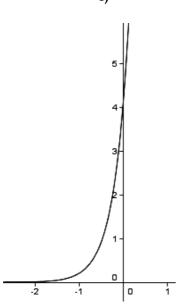
6.



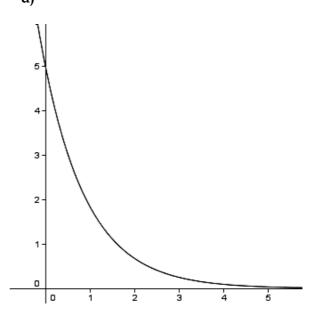
b)



c)

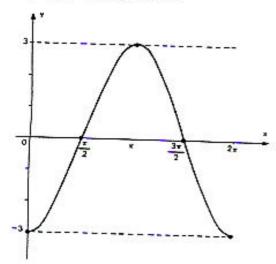


d)

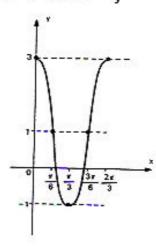


7.

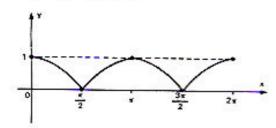
a)
$$Im(f) = [-3, 3], p(f) = 2\pi$$



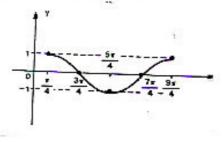
e)
$$im(f) = \{-1, 3\}, p(f) = \frac{2\pi}{3}$$



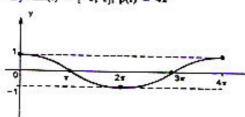
b)
$$Im(f) = [0, 1], p(f) = \pi$$



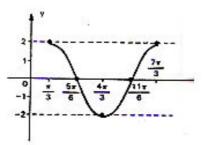
$$f$$
). Im(f) = [-1, 1], $p(f) = 2\pi$



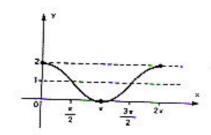
()
$$Im(f) = [-1, 1], p(f) = 4\pi$$



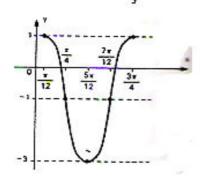
g)
$$Im(f) = [-2, 2], p(f) = 2\pi$$

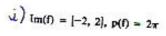


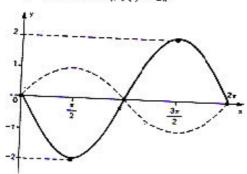
d)
$$Im(f) = [0, 2], p(f) = 2x$$



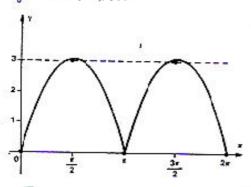
h)
$$Im(f) = [-3, 1], p(f) = \frac{2\pi}{3}$$



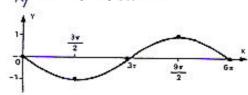




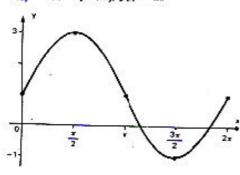
$$\frac{1}{3}$$
. Im(f) = [0, 3], p(f) = r



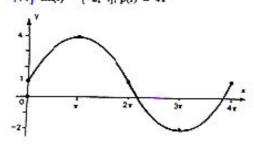
$$K$$
 Im(f) = [-1, 1], $p(f) = 6\pi$



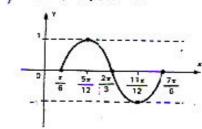
1. Im(f) = [-1, 3],
$$p(f) = 2\pi$$



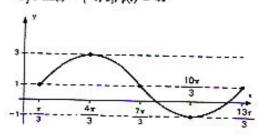
$$\gamma \gamma$$
) Im(f) = [-2, 4], p(f) = 4x



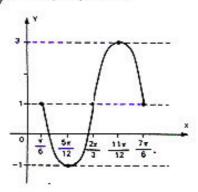
$$\gamma$$
). Im(f) = [-1, 1], p(f) = π



$$G$$
: Im(f) = [-1, 3], p(f) = 4π



$$p$$
 Im(f) = [-1, 3], $p(f) = \pi$



8. a)
$$f(x) = 2.sen(2x) + 3$$

b)
$$f(x) = 0.9 \cdot \cos\left(\frac{3}{4}x\right) + 0.1$$

c)
$$f(x) = sen\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right)$$

d)
$$f(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

e)
$$f(x) = -sen\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

f)
$$f(x) = 3.\cos(x - \frac{\pi}{2}) + 5$$

9.4.096.000

b) 0,1661seg

11. 6,58 anos

12. 10,2 dias

13. 424.264 habitantes

14. a)
$$T = 20^{\circ}C$$

b) t ≅ 112 segundos

15. a) 22 símbolos;

b) 6 minutos.

16. a) 20,38 polegadas

b) 2 milhas.

17. $P_0 = 296 327 \text{ mosquitos}.$

18. a)
$$C(1) = 10833$$
; $C(2) = 11735$; $C(8,5) = 19739$.

b) 8,664 anos aproximadamente.

19. 4,946 gramas aproximadamente.

20. a) O som atinge 30 decibéis.

c) i = 10 (A/10) ou i = 10 0.1A.

b) t = 40 min.

b. (**V**)

c. (**V**)

d. (V)

23. a. (V)

b. (F)

c. (V)

d. (F)

24. d) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

25. C e D