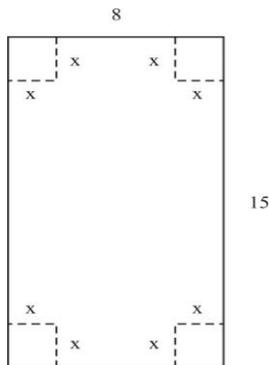


EXERCÍCIOS PROPOSTOS (MÁXIMOS E MÍNIMOS)

1) Uma caixa aberta deve ser feita com uma folha de papelão medindo 8 cm de largura por 15 cm de comprimento, cortando-se quadrados iguais dos 4 cantos e dobrando-se os lados. Qual é o tamanho dos quadrados cortados para a obtenção de uma caixa com o máximo volume?



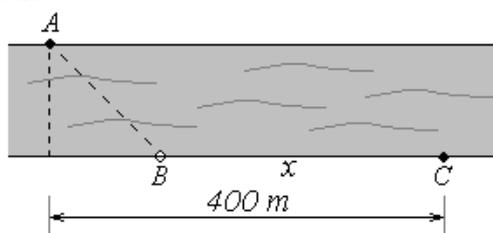
2) Um terreno retangular é cercado por 1500 m de cerca. Quais as dimensões desse terreno para que a sua área seja a maior possível? E qual a área máxima?

3) Um tipógrafo quer imprimir boletins com 512 cm² de texto impresso, margens superior e inferior de 6 cm e margens laterais de 3 cm cada uma. Quais as dimensões da folha para minimizar o gasto de papel?

4) Uma área retangular está limitada por uma cerca de arame em três de seus lados e por um rio reto no quarto lado. Ache as dimensões do terreno de área máxima que pode ser cercado com 1.000 m de arame.

5) Um terreno retangular deve ser cercado de duas formas. Dois lados opostos devem receber uma cerca reforçada que custa R\$ 3,00 o metro, enquanto os outros dois restantes recebem uma cerca-padrão de R\$ 2,00 o metro. Quais são as dimensões do terreno de maior área que pode ser cercado com R\$ 6.000,00?

6) O rio tem uma largura 100m e o ponto C está deslocado de 400m do ponto A, na outra margem. Deseja-se ir do ponto A ao ponto C, fazendo o percurso AB (remando) e depois BC (correndo pela margem). Sabendo que se pode remar a 40 m/min e correr a 100m/min, qual deve ser o valor de x para que essa travessia seja feita no menor tempo possível? Qual é o menor tempo que será gasto para executar a travessia?



7) Um recipiente em forma de paralelepípedo com base quadrada deve ter um volume de 2.250 cm³. O material para a base e a tampa do recipiente custa R\$ 2,00 por cm² e o dos lados R\$ 3,00 por cm². Quais as dimensões do recipiente de menor custo?

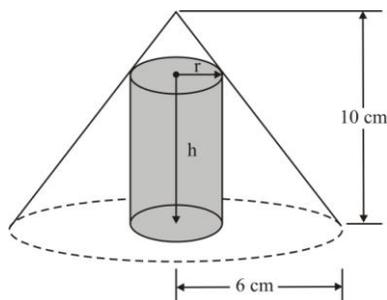
8) Uma lata cilíndrica fechada tem capacidade de 1 litro. Mostre que a lata de área mínima é obtida quando a altura do cilindro for igual ao diâmetro da base.

9) Um grupo de escoteiros possui uma peça de lona circular de 3 m de raio. Cortando-se um setor circular pode-se construir uma tenda de forma cônica. Quais as dimensões da tenda para que seu volume seja máximo?

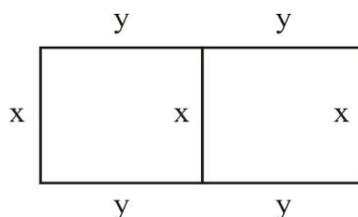
10) Uma folha de papel para um cartaz tem 2 m² de área. As margens no topo e na base são de 25 cm e nas laterais 15 cm. Quais as dimensões da folha para que a área limitada pelas margens seja máxima?

11) Um fazendeiro tem 200 bois, cada um pesando 300 kg. Até agora ele gastou R\$ 380.000,00 para criar os bois e continuará gastando R\$ 2,00 por dia para manter um boi. Os bois aumentam de peso a uma razão de 1,5 kg por dia. Seu preço de venda, hoje, é de R\$ 18,00 o quilo, mas o preço cai 5 centavos por dia. Quantos dias deveria o fazendeiro aguardar para ter o maior lucro possível?

12) Ache o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone reto com 10 cm de altura e 6 cm de raio.

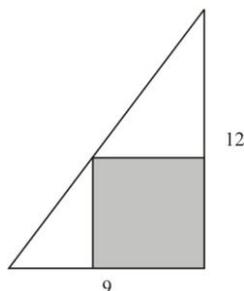


13) Dois terrenos retangulares, com dimensões x e y e um lado comum x , como mostra a figura, devem ser murados. Cada terreno tem uma área de 400 m^2 . Determinar as dimensões de cada terreno para que o comprimento do muro seja o menor possível.



14) Certa fábrica produz embalagens retangulares de papelão. Um de seus compradores exige que as caixas tenham 1 m de comprimento e volume de 2 m^3 . Quais as dimensões de cada caixa para que o fabricante use a menor quantidade de papelão?

15) Um retângulo é inscrito num triângulo retângulo de catetos medindo 9 cm e 12 cm. Encontrar as dimensões do retângulo com maior área, supondo que a sua posição é dada na figura ao lado.



16) Um agricultor deseja construir um reservatório cilíndrico, fechado em cima, com capacidade de 6.280 m^3 . Sabendo que o custo da chapa de aço é de R\$50,00 o m^2 , determine:

- o raio e a altura do reservatório de modo que o custo seja mínimo;
- o custo mínimo.

17) Sendo 5.832 cm^3 o volume de um reservatório de água sem tampa com base quadrada, R\$ 3,00 por cm^2 o preço do material da base e R\$ 1,50 por cm^2 o valor do material para os lados, calcule as dimensões desse reservatório de modo que o custo total do material seja mínimo.

18) Uma forma líquida de penicilina vendida a granel por uma firma farmacêutica é vendida a granel a um preço de R\$ 200,00 a unidade. Se o custo total de produção para x unidades for $C(x) = 500.000 + 80x + 0,003x^2$ e se a capacidade de produção da firma for, de no máximo, 30.000 unidades por mês, quantas unidades de penicilina devem ser fabricadas e vendidas nesse período para que o lucro seja máximo? E qual o valor do lucro máximo?

19) Uma certa indústria vende seu produto por R\$ 100,00 a unidade. Se o custo da produção total diária, em R\$, para x unidades for $C(x) = 0,0025x^2 + 50x + 100.000$ e se a capacidade de produção mensal for, de no máximo, 15000 unidades, quantas unidades desse produto devem ser fabricadas e vendidas mensalmente para que o lucro seja máximo?

20) Uma fábrica produz x milhares de unidades mensais de um determinado artigo. Se o custo da produção é dado por $C = 2x^3 + 6x^2 + 18x + 60$, e o valor obtido na venda é dado por $V = 60x - 12x^2$, determinar o número ótimo de unidades mensais que maximiza o lucro $L = V - C$.

21) Suponha que o número de bactérias em uma cultura no instante t é dada por $N = 5000(25 + te^{-t/20})$. Ache o maior número de bactérias durante o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 100$.

22) Uma centena de animais pertencendo a uma espécie em perigo estão colocados numa reserva de proteção. Depois de t anos a população p desses animais na reserva é dada por $p = 100 \frac{t^2 + 5t + 25}{t^2 + 25}$. Após quanto tempo a população é máxima?

23) Uma caixa sem tampa, de base quadrada, deve ser construída de forma que seu volume seja de 2500 m^3 . O material da base vai custar R\$1200,00 por m^2 e o material dos lados R\$980,00 por m^2 . Encontre as dimensões da caixa de modo que o custo do material seja mínimo.

24) Um cilindro deve ser fabricado para conter 6 litros (dm^3). Que dimensões (raio e altura) deve ter este cilindro para custar o mínimo possível, conhecido os seguintes preços:

o material do fundo custa R\$ 5,00/ dm^2 ;

o material do lado custa R\$ 3,00/ dm^2 ;

o material da tampa custa R\$ 2,00/ dm^2 ;

25) Um clube será construído, tendo uma área de 12100 m^2 . A prefeitura exige que exista um pedaço livre, 25m na frente, 20m no fundo e 12m em cada lado. Encontre as dimensões do lote que tenha a área mínima na qual possa ser construído este clube.

Respostas:

1) $\frac{5}{3}$ cm

2) 375 m por 375 m; 140.625 m^2

3) 22 cm por 44 cm

4) 250 m por 500 m

5) 500 m por 750 m

6) $x = 356,36 \text{ m}$ e $t = 6,29 \text{ min}$

7) base: 15 cm por 15 cm; altura = 10 cm

8) $h = 2r = 10,8 \text{ cm}$

9) $r = \sqrt{6} \text{ m}$ e $h = \sqrt{3} \text{ m}$

10) 1,09 m por 1,83 m

11) 67 dias

12) $r = 4 \text{ cm}$ e $h = \frac{10}{3} \text{ cm}$

13) $x = \frac{40\sqrt{3}}{3}$ e $y = 10\sqrt{3}$

14) largura = altura = $\sqrt{2} \text{ m}$

15) 4,5 cm por 6 cm

16) $r = 10 \text{ m}$ e $h = 20 \text{ m}$; R\$94.200,00

17) base: 18 cm por 18 cm e altura = 18 cm

18) 20.000 unidades; R\$700.000,00

19) 10.000 unidades

20) 1000 unidades

21) 20

22) 5 anos

23) $a = 15,98 \text{ m}$ e $b = 9,79 \text{ m}$

24) $r = 0,935 \text{ dm}$ e $h = 2,185 \text{ dm}$

25) $104,33 \text{ m} \times 195,62 \text{ m}$