EXERCÍCIOS PROPOSTOS (TAXA DE VARIAÇÃO)

1) Uma partícula move-se sobre uma reta de forma que, após t segundos ela está a $s = 2t^2 + 3t$ metros de sua posição inicial.
a) Determine a posição da partícula após 2 s.
b) Determine a posição da partícula após 3s.
c) Calcule a velocidade média da partícula no intervalo de tempo [2 , 3].
d) Calcule a velocidade instantânea em t = 2.

2) Um objeto cai em direção ao solo de altura de 180 metros. Em t segundos, a distância percorrida pelo objeto é de $s = 20t^2$ m.
a) Quantos metros o objeto percorre após 2 segundos?
b) Qual é a velocidade média do objeto nos 2 primeiros segundos?
c) Qual é a velocidade instantânea do objeto em t = 2 s?
d) Quantos segundos o objeto leva para atingir o solo?
e) Qual é a velocidade média do objeto durante a queda?
f) Qual é a velocidade instantânea do objeto quando ele atinge o solo?

3) A população inicial de uma colônia de bactérias é 10.000. Depois de t horas a colônia terá a população P(t) que obedece a lei: $P(t) = 10.000.1{,}2^t$.
a) Qual o número de bactérias depois de 10 horas?
b) Encontre a lei que dá a variação da população P em relação ao tempo t.
c) Determine essa variação instantânea após 10 horas.

4) Sabemos que o volume de um cubo é função de seu lado. Determine:
a) A taxa média de variação do cubo em relação ao lado quando este cresce de 3 para 5.
b) A taxa de variação do volume em relação ao lado quando este mede 5.

5) Um tanque está sendo esvaziado segundo a função $V(t) = 200.(30 - t)^2$, onde o volume é dado em litros e o tempo em minutos. A que taxa a água escoará após 8 minutos? Qual a taxa média de escoamento durante os primeiros 8 minutos?

6) Uma saltadora de pára-quedas pula de um avião. Supondo que a distância que ela cai antes de abrir o pára-quedas é de $s(t) = 986.(0{,}835^t - 1) + 176t$, onde s está em pés e t em segundos, calcule a velocidade instantânea (em m/s) da pára-quedista quando $t = 15$. (Obs.: 1 pé = 0,3048 m)

7) As posições de dois móveis num instante t segundos são dadas por $s_1 = 3t^3 - 12t^2 + 18t + 5$ m e $s_2 = -t^3 + 9t^2 - 12t$ m. Em que instante as partículas terão a mesma velocidade?

8) Um objeto se move de modo que no instante t a distância é dada por $s = 3t^4 - 2t$. Qual a expressão da velocidade e da aceleração desse objeto?

9) Achar a velocidade e a aceleração no instante t = 3 segundos onde $s = 3t^3 - 2t^2 + 2t + 4$ é a função que informa a posição (em metros) de um corpo no instante t.

10) Uma partícula se move segundo a equação $s(t) = t^3 - 2t^2 + 5t - 1$, sendo s medido em metros e t em segundos. Em que instante a sua velocidade vale 9 m/s?

11) Uma partícula descreve um movimento circular segundo a equação $\theta = 2t^4 - 3t^2 - 4$ (θ em radianos). Determine a velocidade e a aceleração angulares após 4 segundos.

12) Certa imobiliária aluga salas comerciais por R$ 600,00 mensais. Este aluguel sofre um reajuste mensal de 2%. Calcule a taxa de variação do aluguel daqui a 10 meses.

13) Um cubo de metal com aresta x foi aquecido e dilatou-se uniformemente.
a) Determine a taxa de variação média do seu volume quando a aresta aumenta de 3 para 3,01 cm.
b) Determine a taxa de variação do seu volume em relação à aresta para x = 3 cm.

14) Uma chapa metálica quadrada de lado x está se expandindo segundo a equação $x = 2 + t^2$, onde a variável t representa o tempo. Determinar a taxa de variação da área desse quadrado no tempo t = 2.

15) Numa granja experimental, constatou-se que uma ave em desenvolvimento pesa em gramas

$$w(t) = \begin{cases} 20 + \frac{1}{2}.(t+4)^2, & para \ \ 0 \le t \le 60 \\ 24{,}4t + 604, & para \ \ 60 \le t \le 90, \end{cases}$$ onde t é medido em dias.

a) Qual a razão do aumento do peso da ave quando t= 50?
b) Quanto a ave aumentará no 51º dia?
c) Qual a razão de aumento de peso quando t=80?

16) Numa pequena comunidade obteve-se uma estimativa que daqui a t anos a população será de $p(t) = 20 - \frac{5}{t+1}$ *milhares*. Daqui a 18 meses, qual será a taxa de variação da população desta comunidade?

17) Uma piscina está sendo drenada para limpeza. Se o seu volume inicial de água era de 72.000 litros e depois de um tempo de t horas este volume diminuiu $2.000t^2$ litros, determinar:
a) tempo necessário para o esvaziamento da piscina;
b) taxa média de escoamento no intervalo [3,6];
c) taxa de escoamento depois de 3 horas do início do processo.

18)Mariscos zebra são mariscos de água doce que se agarram a qualquer coisa que possam achar. Apareceram primeiro no Rio St. Lawrence no começo da década de 80. Estão subindo o rio e podem se espalhar pelos Grandes Lagos. Suponha que numa pequena baía o número de mariscos zebra ao tempo t seja dado por $Z(t) = 300t^2$, onde t é medido em meses desde que esses mariscos apareceram nesse lugar. Quantos mariscos zebra existirão na baía depois de quatro meses? A que taxa a população está crescendo em quatro meses?

19)Um copo de limonada a uma temperatura de 40ºF está em uma sala com temperatura constante de 70ºF. Usando um princípio da Física, chamado ***Lei de Resfriamento de Newton***, pode-se mostrar que se a temperatura da limonada atingir 52ºF em uma hora, então a temperatura T da limonada como função no tempo decorrido é modelada aproximadamente pela equação $T = 70 - 30.e^{-0,5t}$, onde T está em ºF e t em horas. Qual a taxa de variação quando t = 5?

20)A Hungria é um dos poucos países do mundo em que a população está decrescendo cerca de 0,2% ao ano. Assim, se t é o tempo em anos desde 1990, a população , P, em milhões, da Hungria pode ser aproximada por $P = 10{,}8.\ (0{,}998)^t$.
a) Qual população, para a Hungria no ano 2000, prevê este modelo?
b) Qual a taxa de decrescimento da população para o ano 2000?

Respostas:

1) a) 14 m; b) 27 m; c) 13 m/s; d) 11 m/s
2) a) 80 m; b) 40 m/s; c) 80 m/s; d) 3 s; e) 60 m/s; f) 120 m/s
3) a) 61917 bactérias; b) $1823.1{,}2^t$; c) 11288 bactérias/hora
4) a) 49; b) 75
5) –8800 l/min; -10400 l/min
6) 50 m/s
7) 1 s e 2,5 s
8) $v = 12t^3 - 2$; $a = 36t^2$
9) 71 m/s; 50 m/s²
10) 2 s
11) 488 rad/s; 378 rad/s²
12) R$14,48/mês
13) a) 27,09 cm³/cm; b) 27 cm³/cm
14) 48
15) a) 54 g/dia; b) 54,5 g/dia; c) 24,4 g/dia
16) 800 pessoas/ano
17) a) 6 h; b) –18000 l/h; c) –12000 l/h
18) 4800 mariscos 2400 mariscos/ano
19) 1,23 ºF/h
20) a) 10,59 milhões b) -21193 pessoas/ano