

**EXERCÍCIOS PROPOSTOS (TAXA DE VARIAÇÃO)**

- 1) Uma partícula move-se sobre uma reta de forma que, após  $t$  segundos ela está a  $s = 2t^2 + 3t$  metros de sua posição inicial.
  - a) Determine a posição da partícula após 2 s.
  - b) Determine a posição da partícula após 3s.
  - c) Calcule a velocidade média da partícula no intervalo de tempo  $[2, 3]$ .
  - d) Calcule a velocidade instantânea em  $t = 2$ .
  
- 2) Um objeto cai em direção ao solo de altura de 180 metros. Em  $t$  segundos, a distância percorrida pelo objeto é de  $s = 20t^2$  m.
  - a) Quantos metros o objeto percorre após 2 segundos?
  - b) Qual é a velocidade média do objeto nos 2 primeiros segundos?
  - c) Qual é a velocidade instantânea do objeto em  $t = 2$  s?
  - d) Quantos segundos o objeto leva para atingir o solo?
  - e) Qual é a velocidade média do objeto durante a queda?
  - f) Qual é a velocidade instantânea do objeto quando ele atinge o solo?
  
- 3) A população inicial de uma colônia de bactérias é 10.000. Depois de  $t$  horas a colônia terá a população  $P(t)$  que obedece a lei:  $P(t) = 10.000 \cdot 1,2^t$ .
  - a) Qual o número de bactérias depois de 10 horas?
  - b) Encontre a lei que dá a variação da população  $P$  em relação ao tempo  $t$ .
  - c) Determine essa variação instantânea após 10 horas.
  
- 4) Sabemos que o volume de um cubo é função de seu lado. Determine:
  - a) A taxa média de variação do cubo em relação ao lado quando este cresce de 3 para 5.
  - b) A taxa de variação do volume em relação ao lado quando este mede 5.
  
- 5) Um tanque está sendo esvaziado segundo a função  $V(t) = 200 \cdot (30 - t)^2$ , onde o volume é dado em litros e o tempo em minutos. A que taxa a água escoará após 8 minutos? Qual a taxa média de escoamento durante os primeiros 8 minutos?
  
- 6) Uma saltadora de pára-quedas pula de um avião. Supondo que a distância que ela cai antes de abrir o pára-quedas é de  $s(t) = 986 \cdot (0,835^t - 1) + 176t$ , onde  $s$  está em pés e  $t$  em segundos, calcule a velocidade instantânea (em m/s) da pára-quedista quando  $t = 15$ . (Obs.: 1 pé = 0,3048 m)
  
- 7) As posições de dois móveis num instante  $t$  segundos são dadas por  $s_1 = 3t^3 - 12t^2 + 18t + 5$  m e  $s_2 = -t^3 + 9t^2 - 12t$  m. Em que instante as partículas terão a mesma velocidade?
  
- 8) Um objeto se move de modo que no instante  $t$  a distância é dada por  $s = 3t^4 - 2t$ . Qual a expressão da velocidade e da aceleração desse objeto?
  
- 9) Achar a velocidade e a aceleração no instante  $t = 3$  segundos onde  $s = 3t^3 - 2t^2 + 2t + 4$  é a função que informa a posição (em metros) de um corpo no instante  $t$ .
  
- 10) Uma partícula se move segundo a equação  $s(t) = t^3 - 2t^2 + 5t - 1$ , sendo  $s$  medido em metros e  $t$  em segundos. Em que instante a sua velocidade vale 9 m/s?
  
- 11) Uma partícula descreve um movimento circular segundo a equação  $\theta = 2t^4 - 3t^2 - 4$  ( $\theta$  em radianos). Determine a velocidade e a aceleração angulares após 4 segundos.
  
- 12) Certa imobiliária aluga salas comerciais por R\$ 600,00 mensais. Este aluguel sofre um reajuste mensal de 2%. Calcule a taxa de variação do aluguel daqui a 10 meses.
  
- 13) Um cubo de metal com aresta  $x$  foi aquecido e dilatou-se uniformemente.
  - a) Determine a taxa de variação média do seu volume quando a aresta aumenta de 3 para 3,01 cm.
  - b) Determine a taxa de variação do seu volume em relação à aresta para  $x = 3$  cm.

14) Uma chapa metálica quadrada de lado  $x$  está se expandindo segundo a equação  $x = 2 + t^2$ , onde a variável  $t$  representa o tempo. Determinar a taxa de variação da área desse quadrado no tempo  $t = 2$ .

15) Numa granja experimental, constatou-se que uma ave em desenvolvimento pesa em gramas

$$w(t) = \begin{cases} 20 + \frac{1}{2}(t+4)^2, & \text{para } 0 \leq t \leq 60 \\ 24,4t + 604, & \text{para } 60 \leq t \leq 90, \end{cases} \quad \text{onde } t \text{ é medido em dias.}$$

- a) Qual a razão do aumento do peso da ave quando  $t = 50$ ?  
 b) Quanto a ave aumentará no 51º dia?  
 c) Qual a razão de aumento de peso quando  $t = 80$ ?

16) Numa pequena comunidade obteve-se uma estimativa que daqui a  $t$  anos a população será de  $p(t) = 20 - \frac{5}{t+1}$  milhares. Daqui a 18 meses, qual será a taxa de variação da população desta comunidade?

17) Uma piscina está sendo drenada para limpeza. Se o seu volume inicial de água era de 72.000 litros e depois de um tempo de  $t$  horas este volume diminuiu  $2.000t^2$  litros, determinar:

- a) tempo necessário para o esvaziamento da piscina;  
 b) taxa média de escoamento no intervalo  $[3,6]$ ;  
 c) taxa de escoamento depois de 3 horas do início do processo.

18) Mariscos zebra são mariscos de água doce que se agarram a qualquer coisa que possam achar. Apareceram primeiro no Rio St. Lawrence no começo da década de 80. Estão subindo o rio e podem se espalhar pelos Grandes Lagos. Suponha que numa pequena baía o número de mariscos zebra ao tempo  $t$  seja dado por  $Z(t) = 300t^2$ , onde  $t$  é medido em meses desde que esses mariscos apareceram nesse lugar. Quantos mariscos zebra existirão na baía depois de quatro meses? A que taxa a população está crescendo em quatro meses?

19) Um copo de limonada a uma temperatura de  $40^\circ\text{F}$  está em uma sala com temperatura constante de  $70^\circ\text{F}$ . Usando um princípio da Física, chamado *Lei de Resfriamento de Newton*, pode-se mostrar que se a temperatura da limonada atingir  $52^\circ\text{F}$  em uma hora, então a temperatura  $T$  da limonada como função no tempo decorrido é modelada aproximadamente pela equação  $T = 70 - 30e^{-0,5t}$ , onde  $T$  está em  $^\circ\text{F}$  e  $t$  em horas. Qual a taxa de variação quando  $t = 5$ ?

20) A Hungria é um dos poucos países do mundo em que a população está decrescendo cerca de 0,2% ao ano. Assim, se  $t$  é o tempo em anos desde 1990, a população,  $P$ , em milhões, da Hungria pode ser aproximada por  $P = 10,8 \cdot (0,998)^t$ .

- a) Qual população, para a Hungria no ano 2000, prevê este modelo?  
 b) Qual a taxa de decrescimento da população para o ano 2000?

**Respostas:**

- |   |   |
|---|---|
| 1) a) 14 m; b) 27 m; c) 13 m/s; d) 11 m/s                       | 11) 488 rad/s; 378 rad/s <sup>2</sup>                       |
| 2) a) 80 m; b) 40 m/s; c) 80 m/s; d) 3 s; e) 60 m/s; f) 120 m/s | 12) R\$14,48/mês  |
| 3) a) 61917 bactérias; b) 1823.1,2; c) 11288 bactérias/hora     | 13) a) 27,09 cm <sup>3</sup> /cm; b) 27 cm <sup>3</sup> /cm |
| 4) a) 49; b) 75   | 14) 48  |
| 5) -8800 l/min; -10400 l/min                                    | 15) a) 54 g/dia; b) 54,5 g/dia; c) 24,4 g/dia               |
| 6) 50 m/s   | 16) 800 pessoas/ano   |
| 7) 1 s e 2,5 s  | 17) a) 6 h; b) -18000 l/h; c) -12000 l/h                    |
| 8) $v = 12t^3 - 2$ ; $a = 36t^2$                                | 18) 4800 mariscos 2400 mariscos/ano mês                     |
| 9) 71 m/s; 50 m/s <sup>2</sup>                                  | 19) 1,23 $^\circ\text{F}/\text{h}$                          |
| 10) 2 s   | 20) a) 10,59 milhões b) -21193 pessoas/ano                  |