

Exercícios de CDI-II – Integrais Múltiplas - Prof. Milton

- 1) Calcule $F(x) = \int_{y=x}^{y=x+1} 4xy dy$, $\int_1^2 F(x) dx$ e interprete graficamente os resultados.
- 2) Calcule $\int_{x=0}^{x=4} \left(\int_{y=x}^{y=3x} \sqrt{16-x^2} dy \right) dx$ e $\int_0^{\ln 2} \left(\int_0^y xy^5 e^{x^2 y^2} dx \right) dy$ e interprete graficamente os resultados.
- 3) Calcule $\int_{x=0}^{x=1} \int_{y=x}^{y=3x+1} xy dy dx$, $\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=y}^{x=3y+1} xy^2 dy dx$, $\int_0^4 \left(\int_0^1 x e^{xy} dy \right) dx$, $\int_0^2 \left(\int_{\ln y}^{y^2} y e^{xy} dx \right) dy$ e $\int_0^\pi \left(\int_0^{y^2} \text{sen}(x/y) dx \right) dy$
- 4) Calcule o volume do sólido no espaço XYZ delimitado por $y = 2x^2$, $y = 8 - x^2$, $z = 0$ e $z = 4 - x^2$.
- 5) Uma esfera de raio 10 cm tem uma casca com 5 cm de espessura e densidade inversamente proporcional à distância ao centro. Qual a massa da casca se a parte mais externa registra 5 g/cm^3 ?
- 6) Calcule a integral da função $F(x, y) = 24xy$ na região do plano XoY delimitada por $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$.
- 7) Use integral dupla para calcular a área das três regiões do plano XoY delimitadas pelas linhas cujas equações cartesianas são: $y = x^2$ e $y = 6 - x$ e $y = 1$.
- 8) Use integral dupla para calcular a área do plano *polar* delimitada pela cardioide $r = 2(1 + \cos \theta)$.
- 9) Use integral dupla para calcular a área do plano *polar* fora $r = 2$ e dentro de $r = 4 \text{ sen } \theta$.
- 10) Calcule o volume do sólido no espaço XYZ delimitado por $z = 9 - x^2$, $y = 0$ e $z = 5 - y$
- 11) Seja V , o volume do sólido no espaço XYZ delimitado por $x = 0$, $x = 8$, $z = 0$ e $z = 8 - 2y^2$
Indique como calcular V por integral *simples* e por integral dupla
Calcule V por integral tripla.
- 12) Calcule a área da região delimitada por $y = x^2 - 1$, $y = 1 - x$, $y = 4x/3 + 12$ e $y = 12 - 9x/2$
- 13) Calcule usando coordenadas polares: $\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$ sendo D delimitada por $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$.
Idem, para D delimitada por $x^2 + y^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
Idem, $\iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^3}$ para D delimitada por $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$.
Idem, $\iint_D (x + y) dx dy$ para D delimitada por $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ e $y = x + 1$
Idem, $\int_{-3}^3 \left(\int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} e^{-x^2-y^2} dy \right) dx$ e $\int_0^2 \int_0^{-\sqrt{4-x^2}} \frac{dy dx}{4 + \sqrt{4-x^2}}$
- 14) Calcule o volume do sólido no espaço XYZ delimitado por $z = 9 - x^2$, $0 \leq y \leq 5$ e $z = 5 - y$
- 15) Calcule o volume do sólido no espaço XYZ delimitado por $z = 36 - x^2 - y^2$ e $z = 3x^2 + 8y^2$
- 16) Calcule a massa da parte cilíndrica delimitada por $z = 0$, $z = 6$ e $x^2 + y^2 = 4$, com densidade pontual (g/cm^3) equivalente à distância (cm) de cada ponto ao seu eixo.

Exercícios de CDI-II – Integrais Múltiplas - Prof. Milton

- 17) Escreva $\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\cos\theta} \left(\int_0^{9-\rho^2} \rho^2 dz \right) d\rho \right] d\theta$ em coordenadas cartesianas
- 18) Resolva $\iiint_R 2(x^2 + y^2 + z^2)^3 dx dy dz$ em coordenadas esféricas,
se R é a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ no primeiro octante.
- 19) Escreva em coordenadas cartesianas e esféricas, a integral que calcula o volume do sólido delimitado por $z^2 = x^2 + y^2$, $z^2 = 3x^2 + 3y^2$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Calcule este volume.
- 20) Escreva em coordenadas cartesianas $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^4 r \sin\phi dr d\phi d\theta$

Algumas Respostas:

- 1) $4x^2 + 2x$ e $37/3 \approx 12,33$
- 2) $128/3 \approx 42,67$ e $(1/8) \cdot [e^{(\ln 2)^4} - (\ln 2)^4 - 1] \approx 0,036$
- 3) $2,25$; $103/60 \approx 1,72$; $e^4 - 5 \approx 49,60$; $\approx 274,02$ e $2 + \pi^2/2 \approx 6,93$
- 4) $(6656\sqrt{2/3} - 2688)/45 \text{ u.v.} \approx 61,04 \text{ u.v.}$
- 5) $18,75\pi \text{ kg} \approx 58,90 \text{ kg}$
- 6) 2
- 7) A maior área vale $39/2 \text{ u.a.}$
- 8) $6\pi \text{ u.a.} \approx 18,85 \text{ u.a.}$
- 9) $(4\pi/3 + 2\sqrt{3}) \text{ u.a.} \approx 7,65 \text{ u.a.}$
- 14) $1688/15 \text{ u.v.} \approx 112,53 \text{ u.v.}$
- 15) 128 u.v.
- 16) $8\pi \text{ g} \approx 25,13 \text{ g}$
- 18) $2187\pi \approx 6870,66$
- 19) $8\pi(\sqrt{2} - 1)/3 \text{ u.v.} \approx 3,47 \text{ u.v.}$