

Séries de MacLaurin e Taylor

1. Faça a expansão em série MacLaurin para as seguintes funções: (Use 4 termos)

- a) $f(x) = \cos(x)$ b) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ c) $f(x) = \ln(x+1)$
- d) $f(x) = x \operatorname{sen} x$ e) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$ f) $f(x) = \cos(\pi x)$

2. Faça a expansão em série MacLaurin para as seguintes funções: (Use 4 termos)

- a) $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$ e calcule $\int_0^1 e^{\left(\frac{-x^2}{2}\right)} dx$ b) $f(x) = \cos(x^2)$ e calcule $\int_0^1 \cos(x^2) dx$
- c) $f(x) = \sqrt{1 + \operatorname{sen}(x)}$,sabendo que: $\sqrt{1 + \operatorname{sen}(x)} = \cos\left(\frac{x}{2}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

3. Faça a expansão em série de Taylor para as seguintes funções: (Use 4 termos)

- a) $f(x) = \ln(x)$, em $x_0 = 1$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$, em $x_0 = 1$ c) $f(x) = \operatorname{sen}(x)$, em $x_0 = \pi$
- d) $f(x) = \sqrt{x}$, em $x_0 = 1$ e) $f(x) = x^3 - 2x + 4$, em $x_0 = 2$ f) $f(x) = \cos(x)$, em $x_0 = \frac{\pi}{4}$

4. Determine o valor da função usando série Taylor, respeitando a precisão solicitada.

- a) $e^{(1)}$, em $x_0 = 0$ com $\pm 0,0002$ b) $\operatorname{sen}(1)$, em $x_0 = 0$ com $\pm 10^{-5}$

Respostas

1a) $1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + O(x^8)$	1b) $x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \frac{1}{5040}x^7 + O(x^9)$
1c) $x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + O(x^5)$	1d) $x^2 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{120}x^6 - \frac{1}{5040}x^8 + O(x^{10})$
1e) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{48}x^3 + \frac{1}{3840}x^5 - \frac{1}{645120}x^7 + O(x^9)$	1f) $1 - \frac{1}{2}\pi^2x^2 + \frac{1}{24}\pi^4x^4 - \frac{1}{720}\pi^6x^6 + O(x^8)$
2a) $1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{48}x^6 + O(x^8)$ Integral: 0.8553571429	2b) $1 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{24}x^8 - \frac{1}{720}x^{12} + O(x^{16})$ Integral: 0.9045227920
2c) $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{48}x^3 + O(x^4)$	
3a) $(x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4$	3b) $1 - (x-1) + (x-1)^2 - (x-1)^3 + (x-1)^4$
3c) $-(x-\pi) + \frac{1}{6}(x-\pi)^3 - \frac{1}{120}(x-\pi)^5 + \frac{1}{5040}(x-\pi)^7$	3d) $1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3$
3e) $8 + 10(x-2) + 6(x-2)^2 + (x-2)^3$	3f) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}(x-\frac{\pi}{4}) - \frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4})^2 + \frac{\sqrt{2}}{12}(x-\frac{\pi}{4})^3$
4a) $..... + \frac{1}{5040}x^7$ (0.0001984126984)	4b) $.... + \frac{1}{362880}x^9$ 2.75573192210 ⁻⁶