	( ) Prova (x) Exercícios ( ) Prova Modular ( ) Prática de Laboratório ( ) Exame Final/Exame de Certificação ( ) Aproveitamento Extraordinário de Estudos	( ) Prova Semestral ( ) Segunda Chamada ( ) Prova de Recuperação	**Nota:**
Disciplina: *Cálculo III*		Turma:	
Professor: *Barbara, Dani, Milton e Rebello*		Data: *fev / 2014*	
Aluno (a):			

LISTA 1 de exercícios - Integrais Duplas

1. Calcule as integrais iteradas nos domínios retangulares:

a) $\int_1^3\int_0^1 1+4xy\,dxdy$ $\quad R:10$

b) $\int_0^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\text{sen}y\,dydx$ $\quad R:2$

c) $\int_1^4\int_1^2 \left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)dydx$ $\quad R:\frac{21}{2}\ln 2$

d) $\iint_R 5.e^{2x-y}dA \quad R=\{(x,y)\,|\,0\le x\le \ln 2, 0\le y\le \ln 5\}$ $\quad R:6$

2. Calcule as integrais iteradas e desenhe os domínios:

a) $\int_0^1\int_{x^2}^{x} xy^2\,dydx$ $\quad R:\frac{1}{40}$

b) $\int_0^3\int_0^{\sqrt{9-y^2}} y\,dxdy$ $\quad R:9$

c) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\int_0^{x^2} \frac{1}{x}\cos\left(\frac{y}{x}\right)dydx$ $\quad R:1$

d) $\int_0^1\int_0^x y\sqrt{x^2-y^2}\,dydx$ $\quad R:\frac{1}{12}$

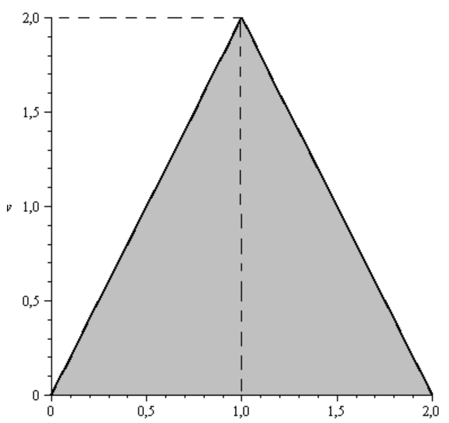
3. Calcule $\iint_R xy\,dA$ sobre o domínio $\boldsymbol{R}$ especificado:

a) $\boldsymbol{R}$ é a região limitada por $x=1$, $y=x^2$ e $y=0$ $\quad R:\frac{1}{12}$

b) $\boldsymbol{R}$ é a região limitada por $y^2=x$ e $y=x^2$ $\quad R:\frac{1}{12}$

c) $\boldsymbol{R}$ é a região definida pelo gráficos. Obs.: Procure fazer duas montagens $dA = dxdy$ e $dA = dydx$

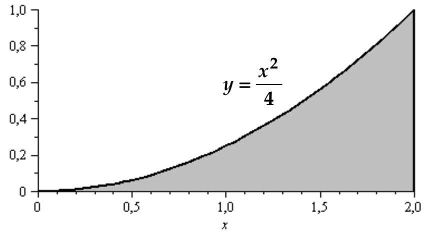
c)



$R:\frac{4}{3}$

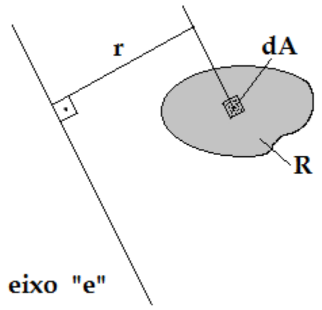
4. Considerando que o centróide de uma região plana é dada por:

$$x_c = \frac{\iint_R x dA}{\iint_R dA} \quad e \quad y_c = \frac{\iint_R y dA}{\iint_R dA}$$ Determine o centróide de:



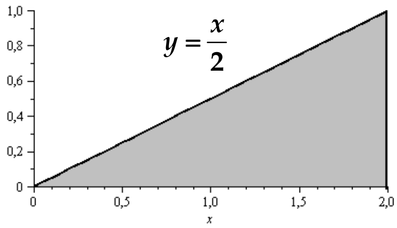
$R: C = (\frac{3}{2}, \frac{3}{10})$

5. Podemos determinar o momento de inércia de uma região plana, em relação a um eixo e, usando:



$$I_e = \iint_R r^2 dA$$

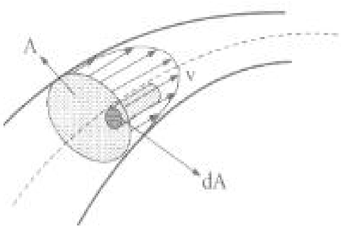
Com base no exposto acima, determine os momentos de inércia da uma região ***R*** (em relação aos eixos x e y):



$R: I_x = \frac{1}{6} \qquad I_y = 2$

6. O conceito de vazão volumétrica é de grande importância na engenharia. Considerando no "SI" sua unidade é $[\frac{m^3}{s}]$. Rearranjando as unidades podemos escrever $[\frac{m}{s} \cdot m^2]$, ou seja, agora temos do ponto de vista físico, velocidade x área. Isso, nos remete a ideia de quantificar a vazão através da integral $vazão = \int_D v.dA$.

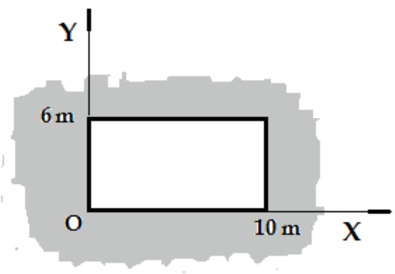
Considere um fluido passando por uma seção plana. Assim, $v = v\ (x, y)$ e dessa forma, a integral acima se converte na integral dupla:



$$vazão = \iint_D v(x, y).dx.dy$$

Quantifique a vazão e a velocidade média do fluido que passa pela abertura retangular na parede de um tanque, sabendo que o campo de velocidades é aproximado pela função:

$$v(x,y)=13-\frac{(x-5)^2}{3}-\frac{(y-3)^2}{2} \quad [m/s].$$



R: $\frac{1570}{3}\ [m^3/s]$, $\frac{157}{18}\ [m/s]$

7. No cálculo 2 tivemos contato com o comprimento de uma curva dada por $y=f(x)$ usando:

$$L=\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx\,.$$

Usando a mesma linha de raciocínio, podemos determinar a área de uma superfície dada por $z=f(x,y)$ usando:

$$A=\iint_R \sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\,dA\,.$$

Com base na fórmula acima determine as áreas das superfícies dadas no domínio especificado.

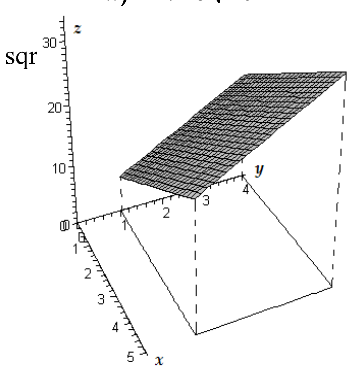
a) Parte do plano $z=2+3x+4y$ que está acima da região $R=\{(x,y)\ /\ 0\le x\le 5\ ,\ 1\le y\le 4\}$.

b) Parte da superfície $z=\frac{x^2}{2}-2y+1$ definida na região 1° quadrante com $y=\frac{x}{2}$ e $0\le x\le 2$.

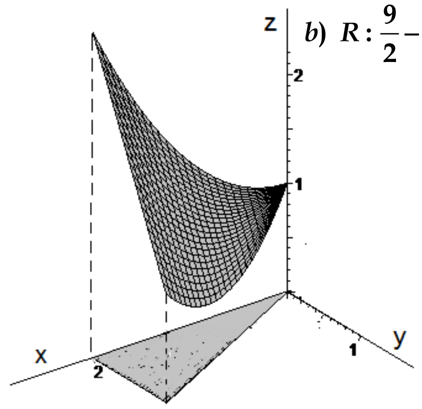
c) Parte do parabolóide hiperbólico $z=y^2-x^2$ definida na região $1\le x^2+y^2\le 4$.

Dica: *Apenas monte (a)s integral(is). Sua solução será mais fácil com "Coordenadas Polares" (vista mais tarde).*

a) $R: 15\sqrt{26}$



b) $R: \frac{9}{2}-\frac{5\sqrt{5}}{6}$



Obs.: Parte dos exercícios foi extraída do material didático de Cálculo2 elaborado pelas professoras: Débora de Faria, Deborah Jorge e Karina Borges