

Problema de Porcentagem

Numa sala com 100 pessoas, 99% são femininas.

Quantas femininas devem sair para ficar, no máximo, 98%?

Solução: Antes $\rightarrow 99/100 = 99,0\%$

Depois $\rightarrow (99-x)/(100-x) \leq 98\% = 99/100$

$$\frac{99-x}{100-x} \leq \frac{98}{100} \rightarrow 9900 - 100x \leq 9800 - 98x$$

$$-2x \leq -100 \rightarrow x \geq 50,0 \text{ (fiquei surpreso com a resposta)}$$

No Excel (já que x deve ser inteiro positivo):

tira	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
mulh	99	98	97	96	95	94	93	92	91	90	89
pess	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91	90
=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
porc	99,00%	98,99%	98,98%	98,97%	98,96%	98,95%	98,94%	98,92%	98,91%	98,90%	98,89%
tira	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
mulh	88	87	86	85	84	83	82	81	80	79	78
pess	89	88	87	86	85	84	83	82	81	80	79
=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
porc	98,88%	98,86%	98,85%	98,84%	98,82%	98,81%	98,80%	98,78%	98,77%	98,75%	98,73%
tira	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
mulh	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68	67
pess	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68
=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
porc	98,72%	98,70%	98,68%	98,67%	98,65%	98,63%	98,61%	98,59%	98,57%	98,55%	98,53%
tira	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
mulh	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57	56
pess	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57
=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
porc	98,51%	98,48%	98,46%	98,44%	98,41%	98,39%	98,36%	98,33%	98,31%	98,28%	98,25%
tira	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
mulh	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45
pess	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46
=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
porc	98,21%	98,18%	98,15%	98,11%	98,08%	98,04%	98,00%	97,96%	97,92%	97,87%	97,83%

Generalizando:

Numa sala com N pessoas, $P\%$ são femininas.

Quantas femininas devem sair para ficar, no máximo, $p\%$?

Solução: Antes $\rightarrow P\% = n/N = P/100$, onde n = número inicial de femininas

Depois $\rightarrow (n-x)/(N-x) \leq p\% = p/100$

$$\frac{n-x}{N-x} \leq \frac{p}{100} \rightarrow 100n - 100x \leq p.N - p.x$$

$$(-100+p)x \leq pN - 100n \quad (*)$$

$$\text{Como } \frac{n}{N} = \frac{P}{100}. \text{ Temos que } n = \frac{PN}{100}$$

$$\text{Então, } (*) \text{ fica assim: } (-100+p)x \leq pN - 100 \frac{PN}{100} = pN - PN$$

$$\text{Ou: } (100-p)x \geq (P-p)N \rightarrow x \geq \frac{(P-p)N}{100-p}$$

$$\text{Em particular (problema inicial): } N=100; P=99; p=98 \rightarrow x \geq \frac{(99-98)100}{100-98} = \frac{100}{2} = 50,0\%$$