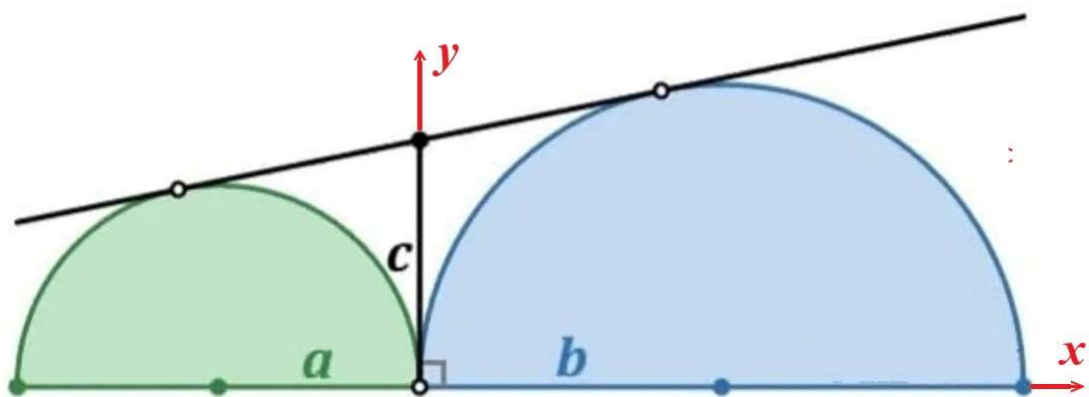


Tangente a duas Circunferências

Milton Borba



$$a \cdot b = c^2$$

olduğunu gösteriniz

Reta tangente: $y = mx + c$

ou $y = nx + c$

Circunferência de raio a :

$$(x+a)^2 + y^2 = a^2$$

A interseção desta circunferência com a reta, dá

$$(x+a)^2 + (mx+c)^2 = a^2$$

$$x^2 + 2ax + a^2 + m^2x^2 + 2mcx + c^2 = a^2$$

$$(1 + m^2)x^2 + (2mc + 2a)x + c^2 = 0$$

Como esta interseção é tangencial:

$$\Delta = (2mc + 2a)^2 - 4(1 + m^2)c^2 = 0$$

$$4m^2c^2 + 8amc + 4a^2 - 4c^2 - 4m^2c^2 = 0$$

$$\text{Ou: } 2amc = c^2 - a^2 \rightarrow m = \frac{c^2 - a^2}{2ac}$$

Circunferência de raio b :

$$(x-b)^2 + y^2 = b^2$$

A interseção desta circunferência com a reta, dá

$$(x-b)^2 + (nx+c)^2 = b^2$$

$$x^2 - 2bx + b^2 + n^2x^2 + 2ncx + c^2 = b^2$$

$$(1 + n^2)x^2 + (2nc - 2b)x + c^2 = 0$$

Como esta interseção é tangencial:

$$\Delta = (2nc - 2b)^2 - 4(1 + n^2)c^2 = 0$$

$$4n^2c^2 - 8bnc + 4b^2 - 4c^2 - 4n^2c^2 = 0$$

$$\text{Ou: } -2bnc = c^2 - b^2 \rightarrow n = \frac{b^2 - c^2}{2bc}$$

Mas a reta tangente é a mesma. Ou seja: $m = n \rightarrow \frac{c^2 - a^2}{2ac} = \frac{b^2 - c^2}{2bc}$

$$\text{Ou: } bc^2 - ba^2 = ab^2 - ac^2 \rightarrow (b+a)c^2 = ab(a+b) \rightarrow c^2 = ab$$