

Equações Binomiais – Milton Borba

Um tratamento BINOMIAL do tipo $x^n + \frac{1}{x^n} = x^n + x^{-n}$, que chamaremos de $E(n)$

Propriedades: a) $E(n) = E(-n)$

$$b) E(n) \times E(m) = E(n+m) + t^{n-m} + t^{m-n}$$

Realmente: a) $E(n) = t^n + t^{-n} = t^n + t^n = E(-n)$

$$b) E(n) \times E(m) = (t^n + \frac{1}{t^n})(t^m + \frac{1}{t^m}) = t^{n+m} + t^{n-m} + t^{m-n} + \frac{1}{t^{n+m}}$$

Vamos resolver o problema proposto ao lado =====>

Em particular, $E(n)^2 = E(n) \times E(n) = E(n+n) + t^0 + t^0 = E(2n) + 2$

$$E(2) \times E(1) = E(3) + E(1)$$

Com $t = a^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = t + \frac{1}{t} = E(1)$ e $a^6 + \frac{1}{a^6} = t^3 + \frac{1}{t^3} = E(3)$

Finalmente, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 4 \Rightarrow E(1) = 4 \Rightarrow E(1)^2 = 16 \Rightarrow E(2) + 2 = 16 \Rightarrow E(2) = 14$

Agora, $E(2) \times E(1) = E(3) + E(1) \Rightarrow 14 \times 4 = E(3) + 4 \Rightarrow 4 \times 14 = E(3) = 14 \times 4 - 4$

$$\Rightarrow a^6 + \frac{1}{a^6} = t^3 + \frac{1}{t^3} = E(3) = 56 - 4 = 52$$

Sabendo que
$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 4$$

Avalie $a^6 + \frac{1}{a^6}$

Vamos resolver outro problema =====> $x^2 - 7x + 1 = 0 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

No problema dado, $x^2 - 7x + 1 = 0$, dividimos por $x \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 7$

Então, $(x + \frac{1}{x})^2 = 49 \Rightarrow x^2 + 2(1) + \frac{1}{x^2} = 49 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$

Agora, $(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = 47^2 \Rightarrow x^4 + 2(1) + \frac{1}{x^4} = 2209 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 2207$

Resolvi, sem este tratamento, usando raízes Bhaskara, no meu site, em:

Curiosidades / Mais Outras / Problemas / Uma Equação [binomial](#)