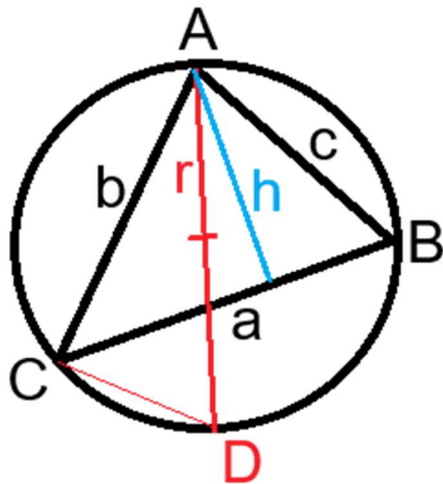


A Lei dos Senos: $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} = 2r$



Prova (parte 1):

$$\text{sen } C = \frac{h}{b} \rightarrow h = b \cdot \text{sen } C \quad (*)$$

$$\text{sen } B = \frac{h}{c} \rightarrow h = c \cdot \text{sen } B \quad (**)$$

Então, de (*) e (**), temos que $b \cdot \text{sen } C = c \cdot \text{sen } B$

$$\text{Portanto, } \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} \quad (\#)$$

Prova (parte 2):

Como o ângulo $\widehat{ACD} = 90^\circ$, temos que $\text{sen } D = \frac{b}{2r}$

Como os ângulos D e B são iguais (ângulos inscritos na circunferência com mesmo arco), temos que também $\text{sen } B = \frac{b}{2r}$, ou seja $\frac{b}{\text{sen } B} = 2r$ (##).

De (#) e (##), concluímos que $\frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} = 2r$ (C.Q.D.)

Prova (parte 3):

A lei fica provada, traçando a altura em relação ao vértice B (ou C) do triângulo para provar que $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B}$.

Corolário: Área do triângulo inscrito $= A_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4r}$

Prova:

De $\frac{c}{\text{sen } C} = 2r$, tiramos que $\text{sen } C =$

$$\text{Assim, } A_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2} \stackrel{(*)}{=} \frac{a}{2} \cdot b \cdot \text{sen } C = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \frac{c}{2r} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4r} \quad (\text{C.Q.D.})$$