Exercícios de EDI – Primeira Ordem - Prof. Milton

Resolva as seguintes equações diferenciais: **(também por séries)**

1) $xyy' = y^2 + 2x^2$

2) $9yy' + 4x = 0$

3) $(x + y)\,dx + (3x + 3y - 4)\,dy = 0$

4) $(x^2 + y^2 + y)\,dx = x\,dy$

5) $(2x - 5y + 3)\,dx = (2x + 4y - 6)\,dy$

6) $x^3 + y^3 = 3xy^2y'$

7) $2x.\text{sen}\,3y dx + 3x^2.\cos 3y\,dy = 0$

8) $xy' = e^{-xy} - y$

9) $y' = (y - x)/(y - x + 2)$

10) $2xyy' = y^2 - x^2$

11) $3x^2 + 2y.\text{sen}2x + 2(\text{sen}^2x + 3y^2)y' = 0$

12) $(x + 1)(y' - 1) = 2(y - x)$

13) $2x + 3y + (y - x)y' = 0$

14) $(2x - 4y + 5)\,y' = (2y - x - 3)$

15) $2ye^{x^2} = 2 - y'e^{x^2}/x$

16) $xy' = y - 1/y$

17) $y' = \text{cotg}\,(y + x) - 1$

18) $3x^5 - y(y^2 - x^3)y' = 0$

19) $3y' + xy = x/y^2$

20) $xy'(1 + x^4y) = 1$

21) $(y')^2 - xy' + y = 0$

22) $(x^2 + y^2 + x)\,dx + 2xydy = 0$

23) $xy(y')^2 + (x^2 + xy + y^2)\,y' + x^2 + xy = 0$

24) $xy' + y + 4 = 0$

25) $y = 3xy' + 6(y')^2y^2$

26) $y' = \cos x - y - y^2.\text{tg}\,x.\sec x$ $(y_p = \cos x)$

27) $(y')^2 - yy'(x + y) + xy^3 = 0$

28) $x = y'\text{sen}\,y' + \cos y'$

29) $y' - y = 3e^x$

30) $y = 2xy' + (y')^4x^2$

31) $2y(y' + 1) = (y')^2$

32) $xy' + y = \text{sen}\,x$

33) $y' + y\,\text{tg}\,x = \text{sen}\,2x$

34) $y' = y(100 - y)/5$

35) $16x^2 + 2(y')^2y - (y')^3x = 0$

36) $y = xy' - e^{y'}$

37) $y = 2xy' - (y')^2$

38) $(y')^2 + x(y')^2 = y$

39) $(3x^2y - xy)dx + (2x^3y^2 + x^3y^4)dy = 0$

40) $yy' - xy^2 = x$

41) $y' + xy = xy^2$

42) $y' = y\,\text{tg}\,x + 3e^{-\text{sen}\,x}$

43) $y' = 10 - y^2/4$

44) $y' = 1/x^2 - y/x - y^2$ $(y_p = -1/x)$

45) $y' = (3 - 3y)/(50 + 2x)$

46) $[\,5x - (x^2 + y^2)^{1/2}]\,y' = 5y$

Exercícios de EDI – Primeira Ordem - Prof. Milton

Resolva os seguintes problemas: **(também por séries)**

1) Num ambiente que só cabe ***500*** seres de certa espécie, estão inicialmente apenas ***80***. Esta quantidade Q de seres cresce, com o tempo t *(mês)*, segundo a lei $Q' = Q.(500 - Q)/200(t+1)$.
Encontre a função $Q(t)$ e faça o seu gráfico.

2) Se uma lâmina da tesoura é reta e a outra é uma curva descrita pela função y tal que $y' = \dfrac{3y + 4x}{3x - 4y}$ então entre elas, sempre se forma um ângulo cuja tangente é $4/3$.
Sabendo que $y(8) = 0$, calcule $y(x)$ e faça o gráfico de $y(x)$ em $[6 , 9]$.

3) Um corpo à temperatura de $400ºC$ é colocado à temperatura ambiente de $20ºC$.
A temperatura T do corpo varia segundo $T' + (T - 20)/3 = 0$.
Calcule $T(t)$ e faça o seu gráfico.

4) Um corpo a $25ºC$ é colocado num freezer que se estabiliza a $-10ºC$.
O gráfico da temperatura T deste corpo é solução de $T' + (T+10)/(2t + 2) = 0$.
Faça o gráfico de $T(t)$.

5) Num tanque, inicialmente estão $40\ l$ de uma solução cuja concentração é de $5g/l$ de impurezas.
Ao mesmo tempo em que se deixa entrar $3\ l/min$ de solução mais limpa ($1g/l$), deixa-se sair $2l/min$ da solução homogeneizada. Tal concentração $C(t)$ varia segundo a equação $C' = (3-3C)/(40+t)$.
Represente $C(t)$ graficamente.

6) Trace o gráfico da função $y(t)$, para $t \in [0 , 1]$ se $y' = - ty$ e $y(0) = 5$.

7) Se $f'(x) = - x^2 f(x)/3$ e $f(1) = 2$, calcule $f(x)$ p/ x em $[0 , 3]$.

8) A velocidade de decida de um pára-quedas é dada por $v' = g - kv^2/m$, onde $g = 10m/s^2$, $k = 5Kg/m$ e $m = 15Kg$.
Faça o gráfico da velocidade, saindo do repouso.

9) Resolva $y' = (2x - y)/(x+y)$, com $y(1) = 2$, no intervalo $[0 , 3]$.

10) A população p de certa espécie de seres vivos, num ambiente que só permite ***1000*** habitantes, começou com ***200*** e cresce (com o tempo t em anos) segundo $p' = p.(1000-p)/2500$.
Calcule a população nos primeiros anos.
Faça o gráfico t x p por um período de tempo maior.

11) A velocidade de decida de um pára-quedas é dada por $v' = g - kv^2/m$, onde $g = 10m/s^2$, $k = 30Kg/m$ e $m = 80Kg$.
Determine a velocidade inicial e aos $0{,}6s$ se aos $0{,}2s$, registrava-se $4m/s$.

Algumas Respostas:
Equações Diferenciais:

1) $y = x\sqrt{4\ln(x) + C}$

2) $y = \frac{1}{3}\sqrt{-4x^2 + 9C}$

3) $(x+y-2)^2 = C.e^{-x-3y}$

6) $y^3 = x^3/2 - C.x$

7) $y = (1/3)\, \mathrm{arcsen}(C/x^2)$

9) $y = x - 2 + 2\sqrt{-x + 1 + C}$

10) $x^2 + y^2 = Cx$

11) $x^3 + 2y^3 + 2y\,\mathrm{sen}^2 x = C$

12) $y = C(x+1)^2 + x$

13) $y = x - 2 + 2\sqrt{C - x}$

14) $8y + 4x + \ln(16y - 8x - 22) = C$

15) $y = (x^2 + C)\,e^{(-x^2)}$

16) $y = \sqrt{1 + Cx^2}$

19) $y^3 = 1 + Ce^{-x^2/2}$

22) $y = \sqrt{\frac{C}{x} - \frac{x^2}{3} - \frac{x}{2}}$

24) $y = \frac{C - 4x}{x}$

29) $y = (3x + C)\,e^{x}$

30) $y = 2C.\sqrt{x} + C4,\ y = -(3/4)\sqrt[3]{4x^2}$

32) $y = (C - \cos x)/x$

33) $y = C\cos(x) - 2\cos(x)^2$

34) $y = 100\,\frac{1}{1 + 100\,C\,e^{(-20x)}}$

40) $y^2 = C.e^{x^2} - 1$

41) $y = \frac{1}{1 + C\,e^{(1/2\,x^2)}}$

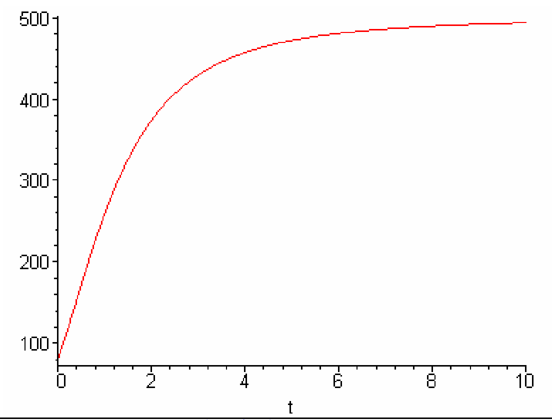
42) $y = \frac{3\,e^{\sin(x)} + C}{\cos(x)}$

43) $y = 2\sqrt{10}\tanh\left(\frac{1}{2}\sqrt{10}\,x + \frac{1}{2}C\sqrt{10}\right)$

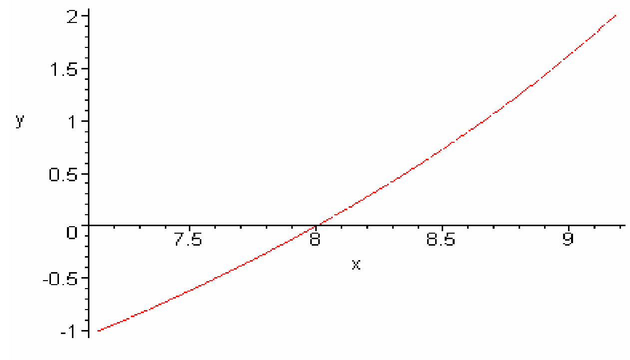
45) $y = 1 + C\sqrt{(x - 25)^3}$

Problemas:

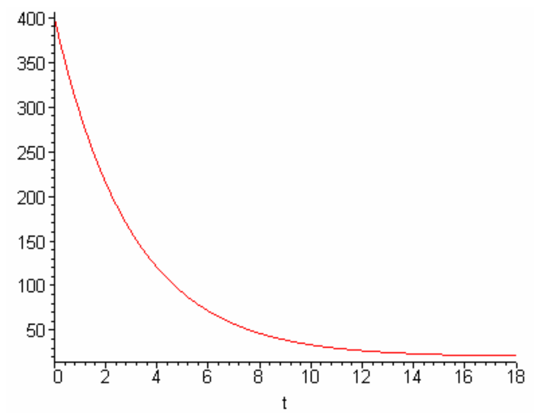
1) $Q = 500 \dfrac{\sqrt{(t+1)^5}}{\sqrt{(t+1)^5 + \dfrac{21}{4}}}$



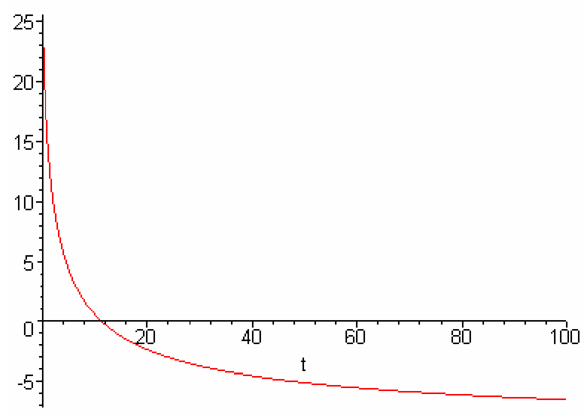
2) $-2 \ln\left(\dfrac{x^2+y^2}{x^2}\right) + 3 \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right) - 4 \ln(x) + 4 \ln(8) = 0$



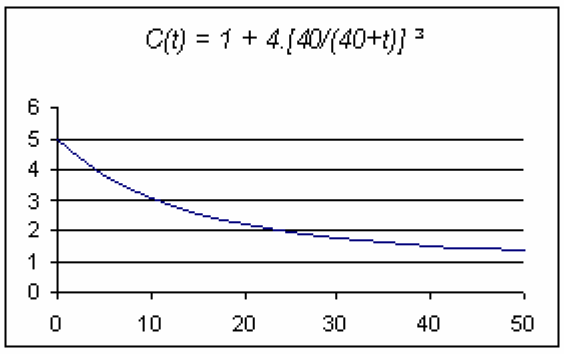
3) $T = 20 + 380\, e^{(-1/3\, t)}$



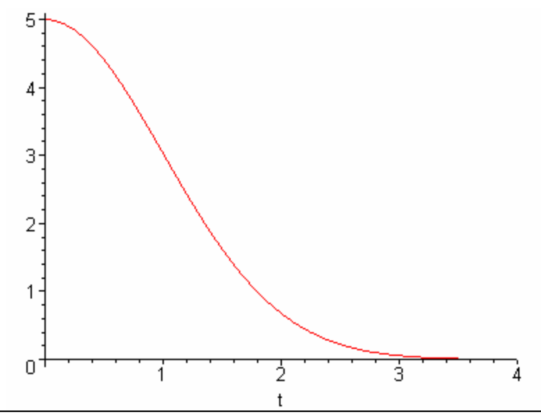
4) $T = -10 + \dfrac{35}{\sqrt{t+1}}$



5)



6) $y = 5\, e^{(-1/2\, t^2)}$



11) $v := \dfrac{4}{3}\sqrt{15}\, \tanh\left(.64442 + \dfrac{1}{2}\, t \sqrt{15}\right)$, $v(0) = 2{,}93 m/s$ e $v(0{,}6) = 4{,}89 m/s$