2. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL OU MEDIDAS DE POSIÇÃO

Para melhor caracterizar um conjunto de valores que uma variável pode assumir é preciso escolher um valor único que represente todos os valores dessa amostra. As medidas de posição ou tendência central sugerem uma concentração dos dados em torno delas. Essas medidas são:

- **Média;**
- **Moda;**
- **Mediana.**

2.1 Média da Amostra ($\bar{x}$)

"A média de um conjunto de números é um valor que, levando em conta a totalidade dos elementos do conjunto, pode substituir a todos, sem alterar determinada característica desse conjunto". (LOPES, 1999, p.24)

Para calcular a média deve-se multiplicar cada valor pelo número atribuído à sua importância no conjunto, somar todos os produtos obtidos e dividir o total pela soma dos pesos.

Dados agrupados

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i . f_i}{\Sigma f_i}$$

Lembre-se que $\Sigma f_i = n$.

Dados não agrupados

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$$

onde,

$\bar{x}$ é a média da amostra de n elementos (é uma estatística);

n é o números de elementos da amostra;

x_i ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$) são os valores das n observações.

EX.

1. Um aluno fez 3 avaliações. Na 1ª. obteve nota 8,0, na 2ª. obteve nota 4,0 e na 3ª. obteve nota 6,0. Qual foi a sua média?

Resolução: As 3 provas tem pesos iguais, logo devemos somar as 3 notas e dividir o resultado da soma por 3. Daí: $\overline{x} = \frac{8,0 + 4,0 + 6,0}{3} = 6,0$.

2. Um aluno fez 3 avaliações, 2 provas e 1 trabalho. Obteve nas provas 5,0 e 9,0, respectivamente. No trabalho obteve nota 9,0. O trabalho tem peso 1 e cada prova tem peso 2. Qual foi a sua média?

Resolução: Devemos multiplicar cada nota pelo peso que lhe é atribuído, somar todos esses produtos e dividir pela soma dos pesos. Daí: $\overline{x} = \frac{5,0.2 + 9,0.2 + 9,0.1}{2 + 2 + 1} = 7,4$.

3. Calcule a média da tabela 4.

Resolução: O ideal é criar uma coluna na **Tabela de Distribuição de Freqüência** responsável pelos resultados dos produtos de cada valor pelo peso correspondente **($x_i.f_i$)**, como mostra a tabela 6.

Tabela 5: Tabela de Distribuição de Freqüências com o Cálculo da Média

i	Diâmetros (mm)	f_i	fr_i (%)	F_i	Fr_i (%)	x_i	$x_i.f_i$
1	72,0 ├ 72,4	1	1,7	1	1,7	72,2	**72,2**
2	72,4 ├ 72,8	7	11,7	8	13,4	72,6	**508,2**
3	72,8 ├ 73,2	10	16,7	18	30,1	73,0	**730,0**
4	73,2 ├ 73,6	17	28,2	35	58,3	73,4	**1247,8**
5	73,6 ├ 74,0	13	21,7	48	80,0	73,8	**959,4**
6	74,0 ├ 74,4	9	15,0	57	95,0	74,2	**667,8**
7	74,4 ├ 74,8	3	5,0	60	100,0	74,6	**223,8**
		$\Sigma f_i = 60$	**$\Sigma fr_i = 100,0$**				**$\Sigma x_i.f_i = 4409,2$**

Os cálculos:

$x_i.f_i = x_1.f_1 = 72,2.1 = 72,2$

$x_2.f_2 = 72,6.7 = 508,2$

$x_3.f_3 = 73,0.10 = 730,0$

$x_4.f_4 = 73,4.17 = 1247,8$

$x_5.f_5 = 73,8.13 = 959,4$

$x_6.f_6 = 74,2.9 = 667,8$

$x_7.f_7 = 74,6.3 = 223,8$

Assim,

$$\Sigma x_i.f_i = 72,2 + 508,2 + 730,0 + 1247,8 + 959,4 + 667,8 + 223,8 = 4409,2$$

A média será $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i.f_i}{\Sigma fi} = \frac{4409,2}{60} = 73,486666... \approx 73,5\ mm$ (usando uma casa decimal, pois todos os elementos da amostra têm uma casa decimal).

2.2 Moda da Amostra (Mo)

A moda é o valor da variável que aprece com mais freqüência, ou seja, o valor que aparece mais vezes.

Numa **Tabela de Distribuição de Freqüência** com perda de informação a classe com maior freqüência é chamada de **classe modal** e o valor da moda é dado pelo ponto médio da classe modal.

Dados agrupados

$$Mo = \frac{l_i + L_i}{2}$$

Dados não agrupados: Valor que ocorre com maior freqüência de uma sequencia de dados numéricos dispostos em ordem crescente ou decrescente.

Observação: Quando há apenas uma moda a amostra denomina-se modal; duas ou mais modas, bimodal. Se todos os valores ocorrerem a mesma quantidade de vezes a amostra é considerada amodal.

1. Considere os valores: 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 6. Qual é o valor da moda?

Resolução: A moda é o valor que mais vezes se repete. Assim, para os dados acima, **Mo = 3**.

2. Calcule a moda dos dados contidos na **tabela 4**.

Resolução: A tabela 4 mostra uma freqüência 17 (marcada em cinza na tabela) como a maior delas. Logo, a **4ª. classe é a classe modal**. O valor da moda é o ponto médio da classe modal. Assim, **Mo = 73,4 mm** (marcada em cinza na tabela).

Tabela 6: Tabela de Distribuição de Freqüências Completa com o Cálculo da Moda

i	Diâmetros (mm)	f_i	fr_i (%)	F_i	Fr_i (%)	x_i
1	72,0 ├ 72,4	1	1,7	1	1,7	**72,2**
2	72,4 ├ 72,8	7	11,7	8	13,4	**72,6**
3	72,8 ├ 73,2	10	16,7	18	30,1	**73,0**
4	73,2 ├ 73,6	**17**	28,2	35	58,3	**73,4**
5	73,6 ├ 74,0	13	21,7	48	80,0	**73,8**
6	74,0 ├ 74,4	9	15,0	57	95,0	**74,2**
7	74,4 ├ 74,8	3	5,0	60	100,0	**74,6**
		$\Sigma f_i = 60$	**$\Sigma fr_i = 100,0$**			

2.3 Mediana da Amostra (Md)

A mediana é o valor que se encontra no centro de um conjunto de valores, estando a amostra ordenada.

Numa **Tabela de Distribuição de Freqüência** com perda de informação a mediana é calculada seguindo os passos:

- Calculamos $\frac{n}{2}$;
- Calculamos as freqüências acumuladas de todas as classes (F_i);
- Marcamos na **Tabela de Distribuição de Freqüência** qual é a freqüência acumulada imediatamente superior à $\frac{n}{2}$ - está é a **classe mediana**;

Dados agrupados:

- Usamos a fórmula: $Md = l_i + \frac{\left(\frac{n-1}{2} - F_{(ant)}\right)}{f_i}.h$, onde:

$\mathbf{l_i}$ é o limite inferior da classe mediana;
n é o tamanho da amostra;
$\mathbf{F_{(ant)}}$ é a freqüência acumulada da classe anterior à classe mediana;
$\mathbf{f_i}$ é a freqüência simples da classe mediana;
h é a amplitude do intervalo de classe.

Dados não agrupados:

A mediana assim como a média também fornece uma medida de posição central. Para a obtenção do valor da mediana é necessário que os dados sejam arranjados em ordem crescente (do menor para o maior).

A mediana é o valor situado no meio da seqüência de observações.

Definição da mediana:

Com os dados já arranjados em ordem crescente, temos duas formas para obtenção da mediana:

a) Para um número **ímpar de observações** a mediana é o valor central das observações.

Usamos a fórmula do posicionamento:

$$Posicionamento = \frac{n+1}{2}$$

onde,
n é o número de observações da amostra.

Exercício ilustrativo: retornemos ao exemplo do número de alunos nas salas de aula do IST. Em nosso exemplo temos 5 salas de aula (**número ímpar de observações**) com as seguintes observações:

46	54	42	46	32

Devemos então ordenar os dados de forma crescente:

32	42	46	46	54

Deve-se então localizar o posicionamento da mediana através da formula do posicionamento:

$$Posicionamento = \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

então temos,

32	42	46	46	54
1	2	**3**	4	5

MEDIANA = 46

Para um número **par de observações** a mediana é a média dos dois valores centrais.

Exercício ilustrativo: retornemos exercício dos alunos recém formados no curso de Tecnologia em Qualidade e Produtividade, neste exemplo temos uma amostra com um número par de observações (12 observações).

2210	2255	2350	2380	2380	2390	2420	2440	2450	2550	2630	2825
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Podemos notar nos dados acima (já em forma ordenada), não temos nem um valor central específico, e se usarmos a fórmula do posicionamento teremos o seguinte resultado:

$$Posicionamento = \frac{n+1}{2} = \frac{12+1}{2} = 6{,}5$$

desta forma, pagamos os dois valores centrais (posição 6 e posição 7) e fazemos a média.

$$MEDIANA = \frac{2390 + 2420}{2} = 2405$$

EX.

1. Considere os valores: 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 6. Qual é o valor da mediana?

Resolução: A mediana é o valor central da série. Assim, **Md = 3**.

2. Considere os valores: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Qual é o valor da mediana?

Resolução: A mediana é o valor central da série. Como está série tem n = 8, calculamos a mediana pela média entre os valores centrais. Assim, $\mathbf{Md = \frac{10+11}{2} = 10{,}5}$.

3. Calcule a mediana dos dados da tabela 4.

Resolução: Para calcular a mediana devemos seguir os passos:

- $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{2}} = \mathbf{30}$;
- As freqüências acumuladas estão na tabela marcadas em cinza;
- A classe mediana é a 4ª classe (marcada em negrito), pois é a que tem freqüência acumulada imediatamente superior a 30;
- $Md = l_i + \frac{\left(\frac{n-1}{2} - F_{(ant)}\right)}{f_i}.h = 73{,}2 + \frac{(29{,}5 - 18)}{17}.0{,}4 = 73{,}47... \approx 73{,}5\ mm$

  (usando uma casa decimal, pois todos os elementos da amostra têm uma casa decimal).

Tabela 7: Tabela de Distribuição de Freqüências Completa com o Cálculo da Mediana

i	Diâmetros (mm)	f_i	fr_i (%)	F_i	Fr_i (%)	x_i
1	72,0 ├ 72,4	1	1,7	1	1,7	**72,2**
2	72,4 ├ 72,8	7	11,7	8	13,4	**72,6**
3	72,8 ├ 73,2	10	16,7	18	30,1	**73,0**
4	**73,2 ├ 73,6**	**17**	**28,2**	**35**	**58,3**	**73,4**
5	73,6 ├ 74,0	13	21,7	48	80,0	**73,8**
6	74,0 ├ 74,4	9	15,0	57	95,0	**74,2**
7	74,4 ├ 74,8	3	5,0	60	100,0	**74,6**
		$\Sigma f_i = 60$	**$\Sigma fr_i = 100{,}0$**			

Exercícios Propostos

1. Calcule a média, a moda e a mediana das amostras A, B e C:

- Amostra A: 7, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 12, 13, 15, 16;
- Amostra B: 3, 6, 9, 11, 12, 13;
- Amostra C: 3, 3, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 9.

2. Calcule as medidas de posição do exercício proposto1 do capítulo 1.

3. Calcule as medidas de posição do exercício proposto 2 do capítulo 1.

4. Calcule as medidas de posição do exercício proposto 3 do capítulo 1.

5. Calcule as medidas de posição do exercício proposto 4 do capítulo 1.

3. MEDIDAS DE VARIABILIDADE OU MEDIDAS DE DISPERSÃO

Verificou-se, ao longo da história da Estatística, que a mais importante e também a mais usada medida de posição é a média. Porém, sozinha, a média não fornece toda a informação necessária para descrevermos todos os valores referentes a uma amostra.

Considere, por exemplo, os valores de duas amostras, A e B:

- Amostra A: 1, 5, 6, 9, 11, 12, 12, 15, 18, 21, 22.
- Amostra B: 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 14.

Embora as duas amostras tenham a mesma média, 12, percebemos que a amostra A tem uma variabilidade maior do que a amostra B.

Isto indica que é necessário um outro tipo de medida para distinguir os dois conjuntos dados. Observando os dados, percebemos que o conjunto B apresenta valores concentrados em relação a média, enquanto que o conjunto A apresenta valores dispersos (espalhados) em relação à média.

Por isso, além de uma medida de posição, necessitamos de uma outra medida que possa exprimir a variabilidade dos valores em relação a uma determinada referência.

As medidas que tratam desta característica são chamadas **medidas de variabilidade ou medidas de dispersão**.

São elas:

- **Amplitude Total (AT);**
- **Variância da Amostra (σ^2);**
- **Desvio Padrão ou Erro Padrão da Amostra (σ);**
- **Coeficiente de Variação (CV)** e

Ainda:

- **Dervio Médio;**
- **Amplitude Modal.**

3.1 Amplitude Total da Amostra (AT)

A amplitude total da amostra é a diferença entre o maior e o menor valor observado.

$$\mathbf{AT = x_{max} - x_{min}}$$

Evidentemente, quanto maior for o valor da amplitude total, maior será a variabilidade do conjunto.

Numa **Tabela de Distribuição de Freqüência** com perda de informação a amplitude total da amostra é calculada pela fórmula:

$$\mathbf{AT = L_k - l_1}$$

onde $\mathbf{L_k}$ é o limite superior da última classe e $\mathbf{l_1}$ é o limite inferior da 1a. classe.

A amplitude total é uma medida que considera somente os valores extremos, ignorando todos os outros, o que poderia levar a uma interpretação pouco acertada a respeito dos dados.

1. Calcule a amplitude total do exemplo para dados não agrupados:
   - Amostra A: 1, 5, 6, 9, 11, 12, 12, 15, 18, 21, 22.
   - Amostra B: 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 14.

Resolução:

Amostra A: $AT = x_{max} - x_{min} = 22 - 1 = 21$

Amostra B: $AT = x_{max} - x_{min} = 14 - 10 = 4$

2. Calcule a amplitude amostral dos dados da tabela 6 para dados agrupados.

Tabela 6: Tabela de Distribuição de Freqüências com o Cálculo da Média

i	Diâmetros (mm)	f_i	fr_i (%)	F_i	Fr_i (%)	x_i	$x_i.f_i$
1	**72,0** ├ 72,4	1	1,7	1	1,7	72,2	**72,2**
2	72,4 ├ 72,8	7	11,7	8	13,4	72,6	**508,2**
3	72,8 ├ 73,2	10	16,7	18	30,1	73,0	**730,0**
4	73,2 ├ 73,6	17	28,2	35	58,3	73,4	**1247,8**
5	73,6 ├ 74,0	13	21,7	48	80,0	73,8	**959,4**
6	74,0 ├ 74,4	9	15,0	57	95,0	74,2	**667,8**
7	74,4 ├ **74,8**	3	5,0	60	100,0	74,6	**223,8**
		$\Sigma f_i = 60$	**$\Sigma fr_i = 100,0$**				**$\Sigma x_i.f_i = 4409,2$**

Resolução:

L_k =74,8 mm (marcado na tabela em cinza)

l_1 = 72,0 mm (marcado na tabela em cinza)

$AT = L_k - l_1 = 74,8 - 72,0 = 2,8$ mm.

3.2 Variância da Amostra (σ^2)

A **amplitude total** é uma medida de variabilidade instável, pois tem o inconveniente de levar em conta apenas os dois valores extremos. Essa medida indica apenas uma aproximação da dispersão do conjunto.

Por esse motivo, buscou-se outra medida que levasse em consideração todos os valores da amostra e não somente os extremos. A média revelou-se o ponto de referência adequado. Tendo a média como ponto de referência calcularemos as diferenças de cada um dos valores em relação à média e somaremos essas diferenças para obter um total geral.

Ainda considerando o exemplo da amostras A e B, podemos calcular:

Amostra A: 1, 5, 6, 9, 11, 12, 12, 15, 18, 21, 22.

Média da amostra A: $\bar{x} = \frac{1+5+6+9+11+12+12+15+18+21+22}{11} = 12$

Para a amostra A temos: (12 – 1) + (12 – 5) + (12 – 6) + (12 – 9) + (12 – 11) + (12 – 12) + (12 – 12) + (12 – 15) + (12 – 18) + (12 – 21) + (12 – 22) = 11 + 7 + 6 + 3 + 1 + 0 + 0 + (-3) + (-6) + (-9) + (-10) = 0

Amostra B: 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 14.

Média da amostra B:

$$\bar{x} = \frac{10+11+11+11+12+12+12+12+13+14+14}{11} = 12$$

Para a amostra B temos: (12 – 10) + (12 – 11) + (12 – 11) + (12 – 11) + (12 – 12) + (12 – 12) + (12 – 12) + (12 – 12) + (12 – 13) + (12 – 14) + (12 – 14) = 2 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + (-1) + (-2) + (-2) = 0

Embora seja uma medida intuitiva, essa soma sempre será igual a zero, pois o total das diferenças positivas anula-se com o total das diferenças negativas.

Observando-se as parcelas, notamos que o que torna o total igual a zero é o sinal da diferença. Sendo assim, uma segunda tentativa foi ignorar o sinal, trabalhando com essas diferenças em módulo.

Para a amostra A, considerando todas as diferenças em módulo teremos como resultado da soma: 11 + 7 + 6 + 3 + 1 + 0 + 0 + 3 + 6 + 9 + 10 = 56.

Para a amostra B, considerando todas as diferenças em módulo teremos como resultado da soma: 2 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 2 + 2 = 10.

Repare que novamente caracterizamos a **amostra A com variabilidade maior do que a amostra B**.

Mas em Matemática, efetuar operações com módulos é geralmente muito trabalhoso. Optou-se, então, por tentar tirar o sinal de diferença sem a utilização do módulo. A solução encontrada foi elevar ao quadrado cada uma dessas diferenças e somá-las. Daí:

Para a amostra A:

$11^2 + 7^2 + 6^2 + 3^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 + (-3)^2 + (-6)^2 + (-9)^2 + (-10)^2 = 442.$

Para a amostra B:

$2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (-2)^2 = 16.$

Comprovamos mais uma vez que a **amostra A é mais dispersa que a amostra B**.

Como a variabilidade ou dispersão das séries de dados deve ser expressa por uma síntese, desejamos encontrar um único valor que, levando em conta todos os outros, não altere a sua característica e que possa representar toda a série. Esse valor denomina-se **variância da amostra** e calcula-se através da fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i . (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Onde:

$(x_i - \bar{x})^2$ é o valor de cada diferença entre o valor da variável e a média da amostra ao quadrado.

f_i é a quantidade de vezes que cada desvio acontece

$n-1$ representa o grau de liberdade, ou seja, a quantidade de comparações independentes que podem ser feitas entre as **n** unidade da amostra.

Ainda para as amostras A e B, temos os seguintes valores de variância:

Para a amostra A:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i.(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{442}{10} = 44,2$$

Para a amostra B:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i.(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{16}{10} = 1,6$$

A **variância da amostra** é a medida de variabilidade resultante da divisão por (n-1) da soma das diferenças ao quadrado entre cada valor da amostra e a média da amostra.

Ocorre que no cálculo da **variância**, ao elevar ao quadrado a diferença entre cada valor e a média da amostra, a unidade de medidas dos valores originais é também elevada ao quadrado. Ou, seja, resolvemos o problema da dificuldade de trabalhar com módulos e criamos um problema com as unidades de medida, havendo uma unidade para a medida de posição e outra para a medida de dispersão. Para que as unidades sejam iguais, torna-se necessário extrair a raiz quadrada positiva da variância da amostra. Fazendo isso, define-se a mais importante medida de dispersão de uma amostra, chamada **desvio padrão**.

3.3 Desvio Padrão da Amostra (σ)

O desvio padrão da amostra é calculado por:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\Sigma f_i.(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Observação:

Costuma-se apresentar o **desvio padrão** com apenas 1 (um) *algarismo significativo*, ou 2 (dois) *algarismos significativ*os quando o primeiro for **1** ou **2**.

EX.

Calcule a variância e o desvio padrão dos dados da tabela 6.

Resolução: Inicialmente, para facilitar os cálculos incluiremos uma coluna para colocar os resultados de $\mathbf{f_i.(x_i - \bar{x})^2}$. A média dos dados foi calculada no item 1.7 (exemplo 3). Na tabela 1.8.1 a coluna está marcada em cinza.

Os cálculos:

$\mathbf{\bar{x} = 73{,}5\ mm}$

$\mathbf{f_i.(x_i - \bar{x})^2 = f_1.(x_1 - \bar{x})^2 = 1.(72{,}2 - 73{,}5)^2 = 1{,}69}$

$\mathbf{f_2.(x_2 - \bar{x})^2 = 7.(72{,}6 - 73{,}5)^2 = 5{,}67}$

$\mathbf{f_3.(x_3 - \bar{x})^2 = 10.(73{,}0 - 73{,}5)^2 = 2{,}50}$

$\mathbf{f_4.(x_4 - \bar{x})^2 = 17.(73{,}4 - 73{,}5)^2 = 0{,}17}$

$\mathbf{f_5.(x_5 - \bar{x})^2 = 13.(73{,}8 - 73{,}5)^2 = 1{,}17}$

$\mathbf{f_6.(x_6 - \bar{x})^2 = 9.(74{,}2 - 73{,}5)^2 = 4{,}41}$

$\mathbf{f_7.(x_7 - \bar{x})^2 = 3.(74{,}6 - 73{,}5)^2 = 3{,}63}$

$\mathbf{\Sigma f_i.(x_i - \bar{x})^2 = 1{,}69 + 5{,}67 + 2{,}50 + 0{,}17 + 1{,}17 + 4{,}41 + 3{,}63 = 19{,}24}$

A variância da amostra é:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i.(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{19{,}24}{59} = 0{,}32610169... \approx 0{,}33\ mm^2$$

O desvio padrão da amostra é:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i.(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{19{,}24}{59}} = 0{,}57105314... \approx 0{,}6\ mm\,.$$

Tabela 7: Tabela Distribuição de Freqüência com Desvio Padrão

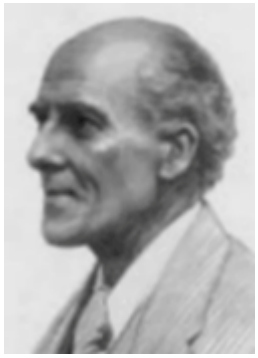
i	Diâmetros (mm)	f_i	fr_i (%)	F_i	Fr_i (%)	x_i	$x_i.f_i$	$f_i.(x_i - \bar{x})^2$
1	72,0 ├ 72,4	1	1,7	1	1,7	72,2	72,2	**1,69**
2	72,4 ├ 72,8	7	11,7	8	13,4	72,6	508,2	**5,67**
3	72,8 ├ 73,2	10	16,7	18	30,1	73,0	730,0	**2,50**
4	73,2 ├ 73,6	17	28,2	35	58,3	73,4	1247,8	**0,17**
5	73,6 ├ 74,0	13	21,7	48	80,0	73,8	959,4	**1,17**
6	74,0 ├ 74,4	9	15,0	57	95,0	74,2	667,8	**4,41**
7	74,4 ├ 74,8	3	5,0	60	100,0	74,6	223,8	**3,63**
		Σf_i = 60	**Σfr_i = 100,0**				**$\Sigma x_i.f_i$ = 4409,2**	**$\Sigma f_i.(x_i - \bar{x})^2$ =19,24**

3.4 Coeficiente de Variação (CV)

Karl Pearson, matemático inglês (1857-1936), que contribuiu significativamente para a ciência Estatística, desenvolveu uma medida denominada **coeficiente de variação** e calculada da seguinte forma:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}.100$$

O **coeficiente de variação** é a grandeza relativa do **desvio padrão** da amostra quando este é comparado com a **média** da amostra e é expresso em forma de porcentagem.



Karl Pearson (1857 – 1936)

Conheça a biografia de Karl Pearson no endereço eletrônico http://www.ccet.ufrn.br/hp_estatistica/biografias/pearson.html .

EX.

Calcule o coeficiente de variação dos dados da tabela 7.

Resolução: Como a média é igual a $\bar{x} = 73,5$ **mm** e o desvio padrão igual a $s = 0,6$ **mm**, o coeficiente de variação será:

$$CV = \frac{0,6}{73,5}.100 = 0,816326 \approx 0,8\%$$

3.5 Desvio Médio

No lugar de elevar ao quadrado os desvios de cada medida (para anular o efeito do sinal), usa-se o **módulo**.

$$Desvio\ Médio = \frac{\Sigma f_i . |x_i - \bar{x}|}{n}$$

3.6 Amplitude Modal

Na media de posição Moda, só nos interessava a medida mais freqüente. Como medida de dispersão, queremos saber qual é esta freqüência.

Amplitude Modal = quantidade de medidas iguais á Moda

Exercícios Propostos

1. Calcule a amplitude total, a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação das amostras A e B para os dados não agrupados:

- Amostra A: 30 km, 30 km, 30 km;
- Amostra B: 20 km, 30 km, 40 km.

2. Calcule a amplitude total, a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação das amostras X, Y e Z para os dados não agrupados:

- Amostra X: 70, 70, 70, 70, 70;
- Amostra Y: 68, 69, 70, 71, 72;
- Amostra Z: 5, 15, 50, 120, 160.

3. Calcule as medidas de dispersão do exercício proposto 1 do capítulo 1.

4. Calcule as medidas de dispersão do exercício proposto 2 do capítulo 1.

5. Calcule as medidas de dispersão do exercício proposto 3 do capítulo 1.

6. Calcule as medidas de dispersão do exercício proposto 4 do capítulo 1.