

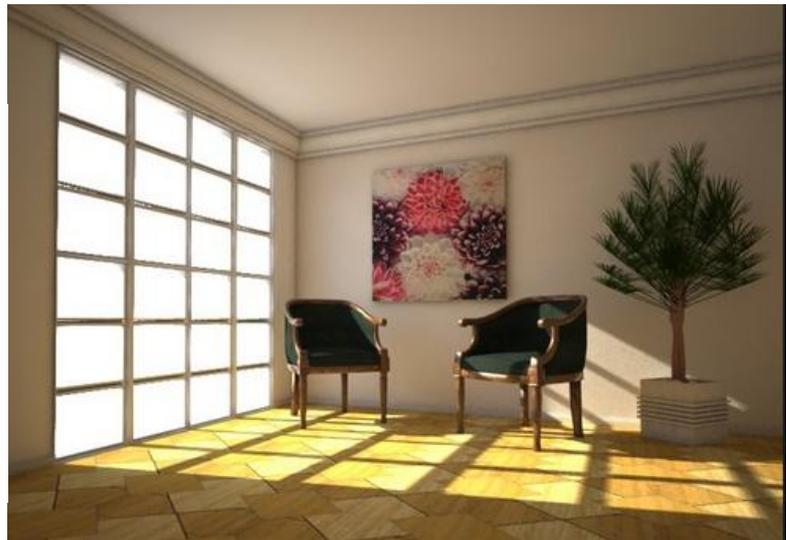
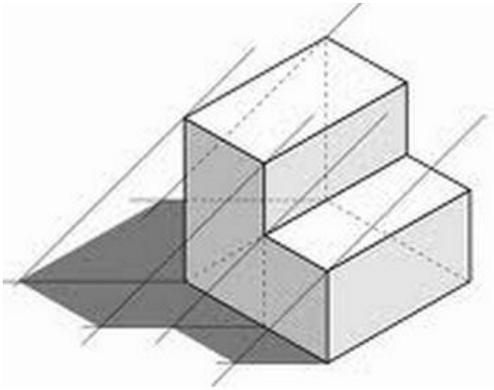
Trabalho de Geometria Analítica: Projeção sobre plano

Rebello 2015

Fundamentação:

O domínio das operações envolvendo vetores, representa uma ferramenta indispensável para engenharia e encontra larga aplicação em computação gráfica.

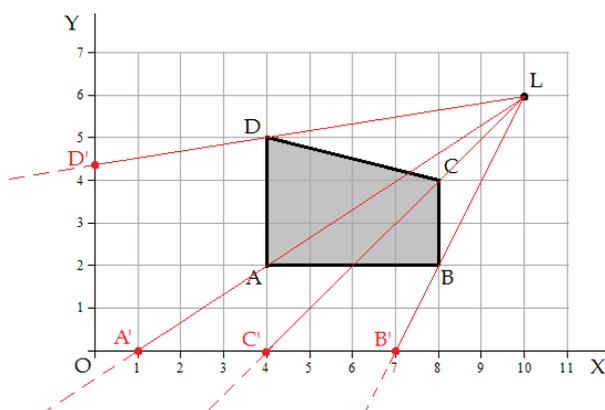
As figuras abaixo enfatizam a sombra projetada sobre plano quando iluminamos um objeto.



Para determinar essas projeções, podemos usar operações com vetores.

Vamos exemplificar usando 2 dimensões (x, y) .

Considere a figura e um ponto de iluminação identificado por L representados no plano cartesiano. O objetivo é determinar a projeção da figura sobre os eixos coordenados.



Onde:

- $A(4, 2)$
- $B(8, 2)$
- $C(8, 4)$
- $D(4, 5)$
- $L(10, 6)$ (*luz*)

Veja que os vetores \overrightarrow{LA} e $\overrightarrow{LA'}$ são colineares (mesma direção) assim como:

$$\overrightarrow{LB} \text{ e } \overrightarrow{LB'}, \quad \overrightarrow{LC} \text{ e } \overrightarrow{LC'}, \quad \overrightarrow{LD} \text{ e } \overrightarrow{LD'}.$$

A lógica para determinarmos vetores colineares a um vetor $\vec{v} = [a, b]$ é fazer:

$$\vec{w} = k \cdot [a, b]$$

Assim, garantimos que \vec{w} tem mesma direção de \vec{v} para qualquer k real.

Usando o exemplo anterior:

$$\overrightarrow{LA} = A - L = (4, 2) - (10, 6) \quad \text{então:} \quad \overrightarrow{LA} = [-6, -4]$$

$A' = (x, 0)$ veja que sua ordenada é nula, por estar sobre o eixo x .

$$\text{Logo: } \overrightarrow{LA'} = A' - L = (x, 0) - (10, 6) \quad \text{então:} \quad \overrightarrow{LA'} = [x - 10, -6]$$

Agora podemos montar a condição de colinearidade:

$$k \cdot [x - 10, -6] = [-6, -4] \quad \text{ou} \quad [k \cdot (x - 10), -6 \cdot k] = [-6, -4]$$

Gerando o sistema de equações:

$$\begin{cases} k(x - 10) = -6 \\ -6k = -4 \end{cases}$$

$$\text{onde:} \quad k = \frac{2}{3} \quad \text{e} \quad \frac{2}{3} \cdot (x - 10) = -6 \quad \rightarrow \quad x - 10 = -9$$

Resolvendo a equação, descobrimos o valor da abcissa $x = 1$

Agora sabemos que o ponto A tem sua projeção em $A' = (1, 0)$

De forma semelhante podemos determinar as demais projeções.

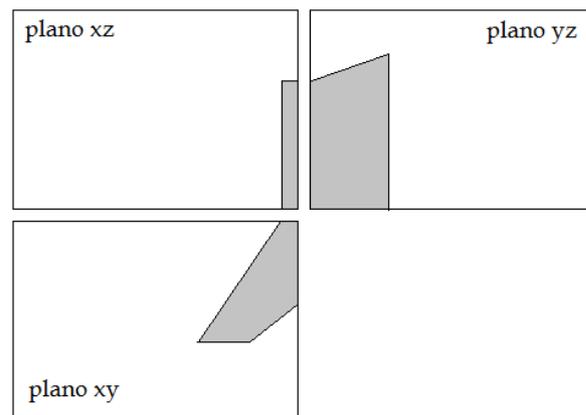
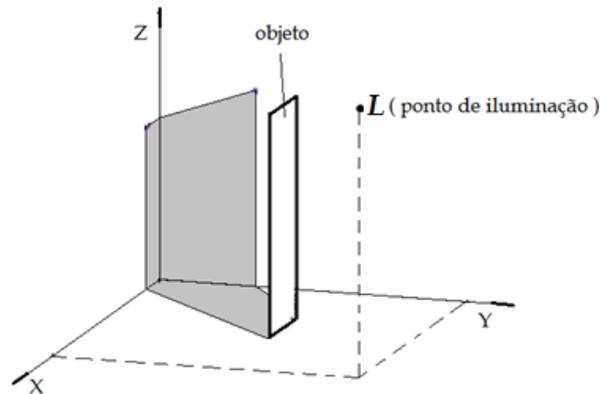
Este mesmo raciocínio pode ser aplicado para dimensões maiores.

Problema Proposto:

Considere o painel (objeto) de formato, dimensão e posição indicados pelos gráficos e o ponto de iluminação L , todos fornecidos no item: Dados para o problema.

Determine a sombra que o painel faz sobre os planos coordenados.

A figura abaixo serve como esquema orientativo.



Objetivos

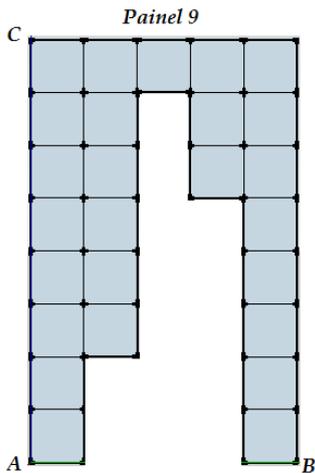
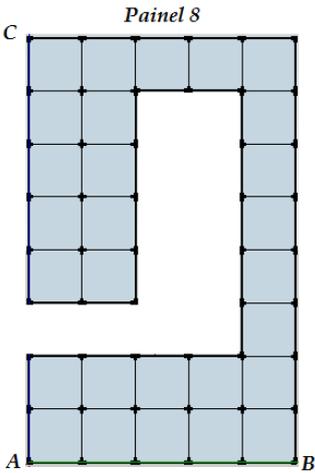
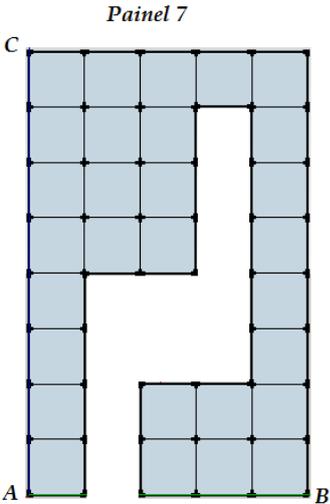
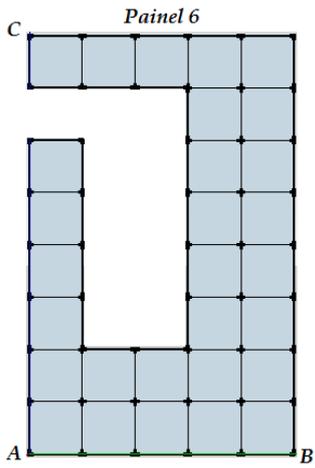
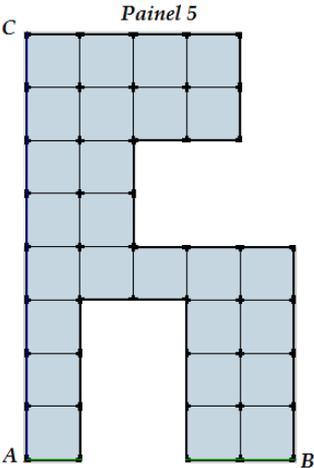
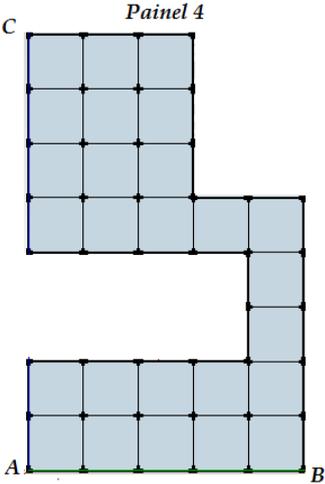
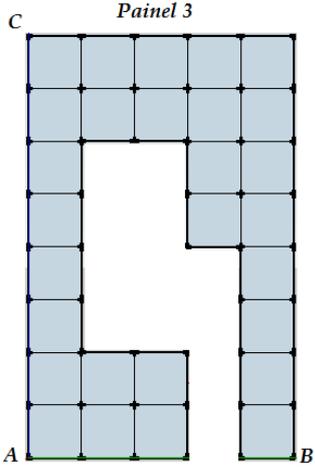
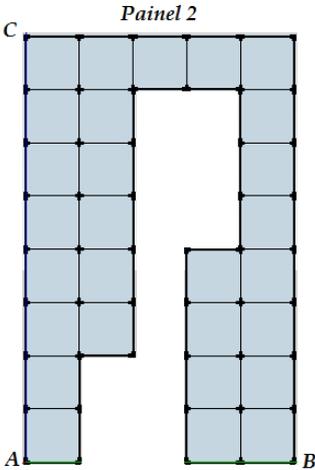
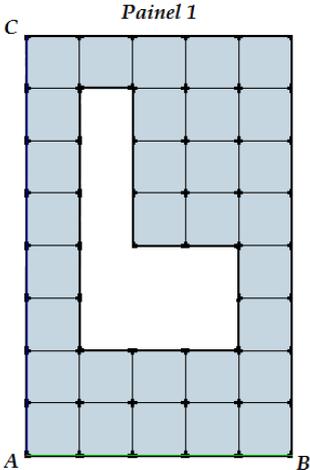
Construir os vetores que ligam o ponto L aos pontos do objeto;

Usando o conceito de vetores colineares, determinar os pontos projetados nos planos coordenados;

Desenhar em escala 1:1 as sombras projetadas nos 3 planos coordenados, cada um numa folha A4, conforme mostrado no esquema anterior.

Dados para o problema

Considere os painéis formados por quadrados com 1m de lado e espessura desprezível.



Pontos A,B e C para posicionar o painel e ponto de iluminação (L) em metros.

a) Painéis com posicionamento ($x=4$): $A = (4, 1, 0)$ $B = (4, 6, 0)$ $C = (4, 1, 8)$

Pontos de iluminação:

$L_1 = (6, 8, 9)$ $L_2 = (7, 7, 10)$

b) Painéis com posicionamento ($y=4$): $A = (7, 4, 0)$ $B = (2, 4, 0)$ $C = (7, 4, 8)$

Pontos de iluminação:

$L_1 = (8, 5, 9)$ $L_2 = (8, 7, 10)$

Como vai funcionar:

Cada equipe de 3 alunos usará, para seu trabalho, um Painel com posicionamento ABC e um ponto L.

Ex.: Painel 3, $x=4$, L_2 , Painel 5, $y=4$, L_1 e assim por diante.

O trabalho deve conter:

Folha de rosto;

Introdução:

Colocar o problema, as equações envolvidas e os dados fornecidos;

Desenvolvimento:

Resolução (pode ser manuscrito) de forma organizada, apresentando os passos mais importantes e todos os pontos projetados;

Três folhas em formato A4, uma para cada plano coordenado, contendo a região relativa a projeção da sombra (sombreada, hachurada,..), desenhada a partir da borda (sem margem);

Conclusão:

Algumas informações relevantes referentes aos resultados obtidos.

Data de entrega:_____