

7 Planos e distâncias

7.1 OBJETIVOS DO CAPÍTULO

Ao final deste capítulo o estudante deverá ser capaz de:

1. Determinar as equações gera e paramétricas do plano;
2. Determinar equações do plano considerando as condições descritas nas páginas 150 - 151 e 152 do livro texto;
3. Reconhecer equações de planos paralelas aos eixos (planos) coordenados;
4. Determinar o ângulo entre dois planos e entre reta e plano;
5. Resolver problemas que envolvam paralelismo e perpendicularismo entre planos e planos e retas e planos;
6. Resolver problemas que envolvam interseção entre planos e entre planos e retas;
7. Resolver problemas que envolvam distâncias entre dois pontos;
8. Resolver problemas que envolvam distâncias entre um ponto e uma reta, distâncias entre duas retas;
9. Resolver problemas que envolvam distâncias entre um ponto e um plano, distâncias entre dois planos, uma reta e um plano;

Exercícios para entregar no dia da prova valendo até dois pontos para quem não tirar dez na prova e acertar, na prova, pelo menos quatro questões. Um ponto para quem acertar três questões e meio ponto para que acertar duas questões.

1. Obtenha uma equação geral e uma paramétrica para cada um dos seguintes planos descritos abaixo.
 - a) Plano que contém o ponto $A(1, 1, 5)$ e tem o vetor $\vec{n} = (2, 3, -1)$ como vetor normal.

- b) Plano que contém o ponto $A(1, 0, 2)$ e os vetores $\vec{u} = (1, 2, 3)$ e $\vec{v} = (2, -1, 3)$.
- c) Plano que contém os pontos $A(-1, 1, -2)$ e $B(1, 4, 1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{u} = (2, 1, 1)$.
- d) Plano que contém o ponto $A(1, 2, 1)$ e é perpendicular à reta $r : (x, y, z) = (1, 2, 1) + t(2, 1, 0)$.
- e) Plano que contém os pontos $A(1, 2, 5)$ e $B(0, 2, 5)$ e passa pela origem.
2. Determine m para que os planos π_1 e π_2 sejam perpendiculares.
- a) $\pi_1 : (1 - m)x - my + z = 0$ e $\pi_2 : (m + 1)x + my - 3 = 0$
- b) $\pi_1 : 2x + my + 2z = 0$ e $\pi_2 : x + my + 2z + 3 = 0$
3. Obtenha equações paramétricas do plano paralelo ao plano Oxy , que passa pelo ponto $P(2, 0, 3)$.
4. Obtenha uma equação vetorial do plano que passa pelo ponto $P(1, 2, 3)$ e é paralelo ao plano de equações paramétricas
$$\begin{cases} x = 3t + 2h \\ y = t - h \\ z = -t + 2h \end{cases}.$$
5. Determinar o ângulo entre os planos $\pi_1 : x - y + 3z - 2 = 0$ e $\pi_2 : x + 2y + z - 3 = 0$.
6. Determinar o ângulo que a reta $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ forma com o plano $\pi : x + 2y + z - 5 = 0$.
7. Obtenha equações paramétricas da reta interseção dos planos $\pi_1 : x + y + 2z - 1 = 0$ e $\pi_2 : x + y + 3z = 0$
8. Dados os planos $\pi_1 : x - y + z + 1 = 0$, $\pi_2 : x + y - z - 1 = 0$ e $\pi_3 : x + y + 2z - 2 = 0$, ache uma equação do plano que contém $\pi_1 \cap \pi_2$ e é perpendicular a π_3 .
9. Resolver os problemas 6, 7, 8, 9 e 10 (p. 181) do livro texto;
10. Encontrar a equação do plano que passa pelos pontos $A(1, 2, 3)$, $B(3, 2, 1)$ e $C(-1, 2, 3)$;

11. Determinar o valor de α para que os pontos $A(1, 2, 3)$, $B(3, 2, 1)$, $C(\alpha, 5, -1)$ e $D(-1, 2, 3)$ sejam coplanares.
12. Mostre como se obtêm as fórmulas para encontrar as distâncias entre ponto e reta, ponto e plano, retas e planos e entre dois planos;
13. Calcule a distância entre os pontos P e Q , sendo $P(2, -1, 3)$ e $Q(-1, 1, 0)$.
14. Calcule a distância do ponto $P(4, -1, 3)$ à reta $r : \begin{cases} x = 2z - 1 \\ y = z + 1 \end{cases}$.
15. Calcule a distância do ponto $P(2, 1, -6)$ ao plano $\pi : x - 2y - 2z - 6 = 0$.
16. Obtenha uma equação vetorial da reta r paralela à $s : \begin{cases} 2x - z = 3 \\ y = 2 \end{cases}$, concorrente com a reta h de equação $X = (-1, 1, 1) + t(0, -1, 2)$, e que dista uma unidade do ponto $P(1, 2, 1)$.
17. Determinar a medida da altura relativa ao lado BC do triângulo $A(0, 0, 6)$, $B(6, 0, 0)$ e $C(0, 6, 0)$.
18. Resolver os problemas 8, 9, 10 e 11 do livro texto (p. 2002)

7.2 Bibliografia

BARZ, Ligia Liani. **Apostila utilizada nos semestres anteriores** (base desta).

STEINBRUCH, Alfredo & WINTERLE, Paulo. **Geometria analítica**.

McGraw-Hill.

FLEMMING, Diva M & GONÇAVES, Mirian B. **Cálculo A**. Makron Books.