EXERCÍCIOS

Capítulo 4

(Condição para que três pontos estejam em linha reta)

1. Verificar se os pontos $A(-1,4,-3)$, $B(2,1,3)$ e $C(4,-1,7)$ são colineares.

2. Determinar os pontos da reta r: $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-2}$ que têm (a) abscissa 5, (b) ordenada 4 e (c) cota 1.

   (Equações reduzidas da reta)

3. Identificar a equação e citar um ponto e um vetor diretor de cada uma das seguintes retas:

   a) $x = y = z$

   b) $\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

   c) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ z = 3x - 2 \end{cases}$

   d) $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ z = 3y - 2 \end{cases}$

   (Retas paralelas aos planos e aos eixos coordenados)

4. Estabelecer as equações da reta que passa pelos pontos $A(1,0,9)$ e $B(4,8,9)$.

   (Condição de ortogonalidade de duas retas)

5. Quais as equações reduzidas da reta que passa pelo ponto $A(-2,1,0)$ e é paralela à reta $r : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-1}$?

6. Determine m de modo que as retas r e s sejam ortogonais sendo

   $r : \begin{cases} y = \frac{7}{2} - x \\ z = \frac{5}{2} - x \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = mt \\ y = 3 \\ z = 1 - t \end{cases}$

   (Condição de coplanaridade de duas retas)

7. Verifique se as retas r e s são coplanares sendo $r : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = 4x - 10 \end{cases}$ e $s : \left\{ x = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-12}{-7} \right.$

   (Posições relativas de duas retas)

8. Estudar a posição relativa das retas $r_1 : \left\{ \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-5}{4} \right.$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2 - t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$

9. Qual é o ponto de interseção ?

   (Reta ortogonal a duas retas)

10. Determinar as equações simétricas da reta r que passa pelo ponto $A(-2,1,3)$ e é simultaneamente ortogonal às retas $r_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} y = 2 \\ \frac{x-1}{-3} = \frac{z}{-1} \end{cases}$

(Ponto que divide um segmento de reta numa razão dada)

11. Seja o triângulo de vértices $A(1,0,-2)$, $B(2,-1,-6)$ e $C(-4,5,2)$. Estabelecer as equações paramétricas da reta suporte da mediana do triângulo ABC relativa ao lado BC.

12. Considere o paralelogramo formado pelos pontos $A(1,-2,3)$, $B(4,3,-1)$, $C(5,7,-3)$ e $D(2,2,1)$. Encontrar as equações paramétricas da reta paralela ao lado AB que passa pela interseção das diagonais.

13. Determine as equações reduzidas da reta que passa pelo ortocentro (ponto de interseção das alturas) e é perpendicular à reta que suporta a mediana relativa ao lado BC do triângulo $A(0,0,6)$, $B(6,0,0)$ e $C(0,6,0)$.

Capítulo 5

(Equação geral)

14. Obtenha uma equação geral do plano que passa por $A(-1,0,2)$ e é ortogonal à reta de equações paramétricas $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$.

15. Determinar a equação cartesiana do plano mediador do segmento de extremos $A(5,-1,4)$ e $B(-1,-7,1)$.

(Determinação de um plano)

16. Obtenha uma equação geral do plano que passa pelos pontos $A(2,2,2)$, $B(2,0,2)$ e $C(2,4,6)$.

17. Estabelecer a equação cartesiana do plano que contém a reta $r : \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ e o ponto $B(-3,2,1)$.

(Equação do plano através do produto misto)

18. Determinar a equação geral do plano que contém o ponto e a reta dados: $A(3,-1,2)$ e $r : \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

(Planos paralelos aos eixos e aos planos coordenados)

19. Determinar a equação geral do plano que passa por $A(2,3,4)$ e é paralela aos vetores $\vec{v}_1 = \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v}_2 = \vec{j} - \vec{k}$.

20. Estabelecer as equações dos planos bissetores dos ângulos formados pelos planos xOz e yOz.

(Equações paramétricas do plano)

21. Dê as equações paramétricas do plano que passa pelos pontos $A(1,-1,1)$, $B(1,1,1)$ e $C(0,0,1)$

22. Um plano π contém a reta $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$ e o ponto $A(1,2,3)$. Obtenha as equações paramétricas de π.

    (Ângulo de dois planos)

23. Calcule o ângulo entre os planos $\pi_1 : x + y - 2z = 0$ e $\pi_2 : \begin{cases} x = -4 + h \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases}$.

24. Determinar os valores de m e n para que o plano $\pi_1 : mx - ny + 4z - 3 = 0$ seja paralelo ao plano $\pi_2 : 2x + 4y - z + 2 = 0$.

    (Ângulo de uma reta com um plano)

25. Determinar o ângulo que a reta $r : \left\{ \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{5} \right.$ forma com o plano $\pi : 2x - y + 7z - 1 = 0$.

26. Determinar os valores de m e n para que a reta $r : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x + 4 \end{cases}$ esteja contida no plano $\pi : nx + my - z - 2 = 0$.

    (Interseção de dois planos)

27. Obtenha as equações paramétricas da reta interseção dos planos $\pi_1 : x - y + 3z - 1 = 0$ e $\pi_2 : 2x + y - z = 0$.

28. Determine um ponto P de coordenadas inteiras, que pertence à reta interseção dos planos $\pi_1 : 3x - 4y + z - 3 = 0$ e $\pi_2 : x + 3y - z = 0$, e cuja distância ao ponto $Q(1,1,-1)$ é 9.