

Contagem e Probabilidade

Exercícios Adicionais

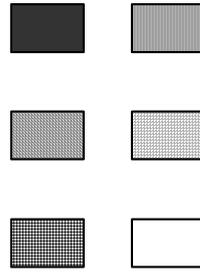
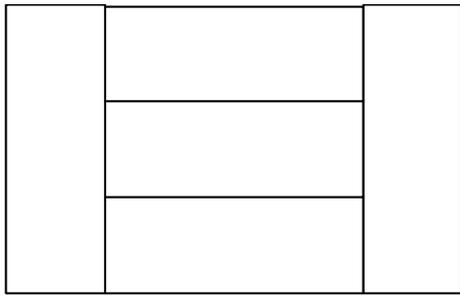
Paulo Cezar Pinto Carvalho

Exercícios Adicionais – Contagem e Probabilidade

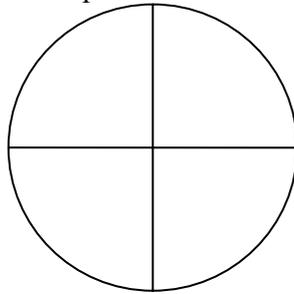
Para os alunos dos Grupos 1 e 2

- Um grupo de 4 alunos (Alice, Bernardo, Carolina e Daniel) tem que escolher um líder e um vice-líder para um debate.
 - Faça uma lista de todas as possíveis escolhas (use a inicial de cada nome, para facilitar). Organize a sua lista do seguinte modo: primeiro, escreva todas as possibilidades em que Alice é a presidente, depois aquelas em que Bernardo é presidente, e assim por diante.
 - Usando agora o princípio multiplicativo, ache quantas são as escolhas possíveis de líder e vice-líder em que os alunos têm sexos diferentes.
- De quantos modos é possível colocar 8 pessoas em fila de modo que duas dessas pessoas, Vera e Paulo, não fiquem juntas e duas outras, Helena e Pedro, permaneçam juntas?
- Permutam-se de todas as formas possíveis os algarismos 1,2,4,6,7 e escrevem-se os números assim formados em ordem crescente. Determine:
 - que lugar ocupa o número 62 417?
 - que número que ocupa o 66º lugar?
 - qual o 166º algarismo escrito?
- De um baralho comum de 52 cartas, sacam-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas. De quantos modos isso pode ser feito se a primeira carta deve ser de copas e a segunda não deve ser um rei?
- Uma turma tem aulas as segundas, quartas e sextas, de 13h às 14h e de 14h às 15h. As matérias são Matemática, Física e Química, cada uma com duas aulas semanais em dias diferentes. De quantos modos pode ser feito o horário dessa turma?
- De quantos modos podemos colocar uma torre branca e outra preta em um tabuleiro de xadrez, sem que uma ameace a outra? (Ou seja, as duas torres não devem estar na mesma linha ou coluna).
- Um anagrama de uma palavra é uma nova “palavra” obtida reordenando suas letras (esta nova palavra pode não fazer sentido).
 - Quantos são os anagramas da palavra SAVEIRO?
 - Quantos deles começam com S?
 - Quantos deles terminam com vogal?
 - Quantos apresentam o pedaço VEIR?
- Em uma festa há 5 homens e 5 mulheres, que vão formar 5 casais para uma dança de quadrilha. Quantas são as maneiras de formar esses casais? E se houvesse 5 homens e 8 mulheres?
- De quantos modos 5 homens e 5 mulheres podem se sentar em 5 bancos de 2 lugares, se em cada banco deve haver um homem e uma mulher?

10. Para pintar a bandeira abaixo estão disponíveis as seis cores dadas, sendo que regiões adjacentes devem ser pintadas de cores diferentes.



- a) Qual é o número mínimo de cores a serem usadas?
 b) De quantos modos a bandeira pode ser pintada?
11. Supondo que as mesmas 6 cores estejam disponíveis, de quantos modos pode-se pintar o símbolo abaixo de modo que quadrantes adjacentes não tenham a mesma cor (quadrantes opostos podem ter a mesma cor)?



12. Quantos dados diferentes é possível formar gravando números de 1 a 6 sobre as faces de um cubo?
 a) Suponha uma face de cada cor.
 b) Suponha as faces iguais.
 c) Suponha que as faces são iguais e que a soma dos pontos de faces opostas deva ser igual a 7.
13. Um estacionamento, inicialmente vazio, tem 10 vagas adjacentes. O primeiro carro pode parar em qualquer vaga. A partir do segundo carro, porém, cada carro deve parar em uma vaga vizinha a uma vaga já ocupada. De quantos modos diferentes as vagas podem ser preenchidas? [Sugestão: passe o filme ao contrário; de onde sai o último carro? E o penúltimo?].
14. Para sortear uma vaga em uma reunião de condomínio, da qual participaram 12 pessoas, foram colocados 12 pedaços de papel idênticos, todos em branco, exceto um, no qual foi escrita a palavra “vaga”. Cada pessoa retira, na sua vez, um papel da urna. O que é melhor: ser o primeiro ou o último a sortear seu papel?
15. Considere uma turma de 20 alunos.
 a) Quantas são as maneiras de escolher um representante, um secretário e um tesoureiro?

- b) Considere agora que desejemos escolher três dos alunos para formar uma comissão. Por que a resposta não é a mesma do item anterior?
 - c) O que é necessário fazer com a resposta do item a para obter a resposta do item b?
16. Um casal decidiu que vai ter 4 filhos. Qual é a probabilidade de que:
- a) tenham pelo menos um menino?
 - b) tenham filhos de ambos os sexos?
 - c) tenham dois filhos de cada sexo?
17. Os alunos de um certo curso fazem 4 matérias, entre as quais Cálculo e Álgebra Linear. As provas finais serão realizadas em uma única semana (de segunda a sexta). Admitindo que cada professor escolha o dia da sua prova ao acaso, qual é a probabilidade de que:
- a) as provas de Álgebra Linear e Probabilidade sejam marcadas para o mesmo dia?
 - b) não haja mais do que uma prova em cada dia?
18. 24 times são divididos em dois grupos de 12 times cada. Qual é a probabilidade de dois desses times ficarem no mesmo grupo?
19. Em um armário há 6 pares de sapatos. Escolhem-se 2 pés de sapatos. Qual é a probabilidade de se formar um par de sapatos?

Para os alunos do Grupo 2

20. Em uma turma há 12 rapazes e 15 moças. Quantos são os modos de escolher uma comissão de 4 pessoas:
- a) sem restrições?
 - b) que incluam José (que é um dos alunos)?
 - c) que não incluam Márcia (que é uma das alunas)?
 - d) com 2 rapazes e 2 moças?
 - e) que tenham pelo menos um rapaz e uma moça?
21. No jogo da Mega-Sena são sorteados, a cada extração, 6 dos números de 1 a 60.
- a) Quantos são os resultados possíveis da Mega-Sena?
 - b) Um apostador aposta nos números 2, 7, 21, 34, 41 e 52. Qual é a sua chance de ganhar? E se ele tivesse apostado nos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6?
 - c) Quantas vezes maiores são as chances de ganhar de quem aposta em 8 números?
 - d) Suponha que o número 17 não é sorteado há muito tempo. Isto modifica as chances de ele ser sorteado da próxima vez?
22. Cinco dados são jogados simultaneamente. Determine a probabilidade de se obter:
- a) um par;
 - b) dois pares;
 - c) uma trinca;
 - d) uma quadra;

- e) uma quina;
 - f) uma seqüência;
 - g) um "full hand", isto é, uma trinca e um par.
23. Em um grupo de 4 pessoas, qual é a probabilidade de:
- a) haver alguma coincidência de signos zodiacais?
 - b) haver exatamente três pessoas com um mesmo signo e uma pessoa com outro signo?
 - c) as quatro pessoas terem o mesmo signo?
 - d) haver duas pessoas com um mesmo signo e duas outras pessoas com outro signo?
24. Em um torneio há 16 jogadores de habilidades diferentes. Eles são sorteados em grupos de 2, que jogam entre si. Os perdedores são eliminados e os vencedores jogam entre si, novamente divididos em grupos de 2, até restar só um jogador, que é declarado campeão. Suponha que não haja "zebras"(ou seja, o jogador de habilidade superior sempre vence.
- a) Qual é a probabilidade de o segundo melhor jogador ser vice-campeão do torneio?
 - b) Qual é a probabilidade de o quarto melhor jogador ser vice-campeão do torneio?
 - c) Qual é o número máximo de partidas que o décimo melhor jogador consegue disputar?
 - d) Qual é a probabilidade de ele disputar esse número máximo de partidas?
25. Um dado honesto tem duas de suas faces pintadas de vermelho e as demais de azul. O dado é lançado três vezes, anotando-se a cor da face obtida.
- a) Qual é a probabilidade de que a cor obtida no 1º lançamento seja igual à obtida no 3º?
 - b) Dado que a mesma cor foi obtida no 1º e 2º lançamentos, qual é a probabilidade de que no 3º lançamento saia esta mesma cor?
26. Sejam $I_m = \{1, 2, \dots, m\}$ e $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$, com $m \leq n$. Quantas são as funções $f: I_m \rightarrow I_n$ estritamente crescentes? E não-decrescentes?
27. Quantos são os números naturais de 7 dígitos nos quais o dígito 4 figura exatamente 3 vezes e o dígito 8 exatamente 2 vezes?
28. O conjunto A possui p elementos e o conjunto B possui n elementos. Determine o número de funções $f: A \rightarrow B$ sobrejetivas para:
- a) $p = n$;
 - b) $p = n+1$;
 - c) $p = n+2$.
29. Considere um conjunto C de 20 pontos do espaço que tem um subconjunto C_1 formado por 8 pontos coplanares. Sabe-se que toda vez que 4 pontos de C são coplanares, então eles são pontos de C_1 . Quantos são os planos que contêm pelo menos três pontos de C?

30. Onze cientistas trabalham num projeto sigiloso. Por questões de segurança, os planos são guardados em um cofre protegido por muitos cadeados de modo que só é possível abri-los todos se houver pelo menos 5 cientistas presentes.
- a) Qual é o número mínimo possível de cadeados?
 - b) Na situação do item a, quantas chaves cada cientista deve ter?