



**Somando novos talentos para o Brasil**

## **OFICINA DE DOBRADURAS**

### **PARTE I**

# OFICINA DE DOBRADURAS - OBMEP

## APRESENTAÇÃO

O uso de dobraduras no ensino de geometria está tornando-se cada vez mais reconhecido como um instrumento pedagógico interessante e muitas vezes eficaz, tanto pelo seu caráter lúdico quanto pela sensação de descoberta que muitas vezes provoca. É possível encontrar vários locais na Internet, roteiros para oficinas e comentários sobre as justificativas e demonstrações.

O objetivo dessas notas é apresentar alguns conceitos e fatos geométricos para os bolsistas da OBMEP, especialmente os dos níveis I e II, motivando-os a aprofundá-los posteriormente.

Esse roteiro é destinado aos professores orientadores e é apresentado em duas partes:

Na primeira, são sugeridos e ilustrados alguns procedimentos, sem haver a preocupação de justificativa. Na segunda parte, fazemos uma discussão sobre a geometria das dobraduras e apresentamos algumas justificativas e problemas.

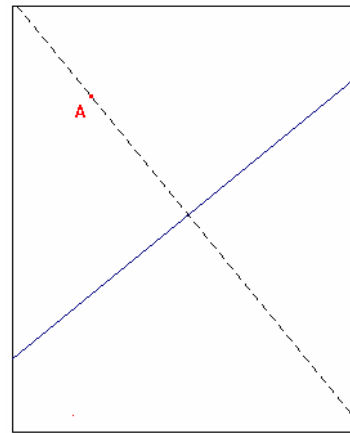
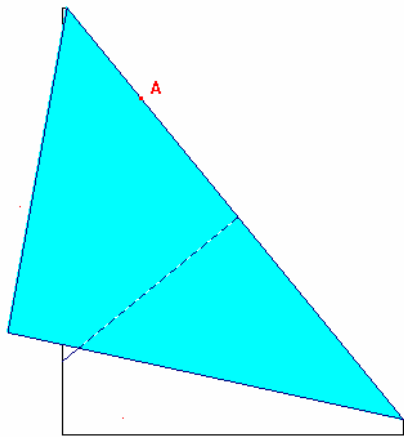
A intenção é não apenas que o aluno siga as instruções e execute-as, mas que experimente e reflita e, sempre que possível, chegue às suas próprias conclusões verbalizando-as para os seus colegas.

O professor orientador tem um papel importante não só em aprofundar as discussões, trazendo novas situações e problemas, mas também apresentando fatos geométricos e conceitos que possam ser explorados nas justificativas das construções.

As construções aqui desenvolvidas são baseadas numa oficina do Projeto Olimpíada Mineira de Matemática- 2007, apresentada pela equipe de bolsistas do projeto de extensão do Departamento de Matemática da UFMG, orientada pelos professores Michel Spira e Mário Jorge Dias Carneiro.

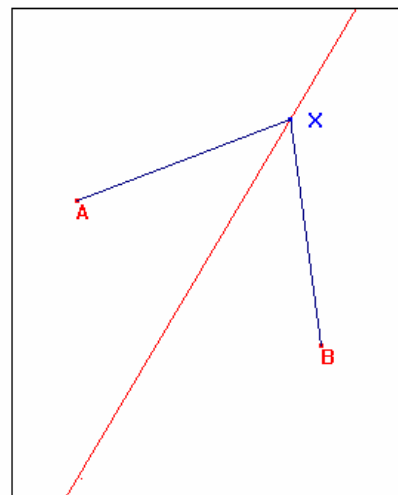
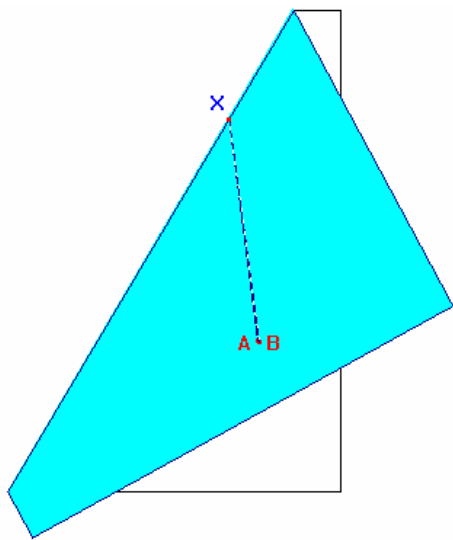
Perpendicular que passa por um ponto fora da reta

- 1) Usando uma dobra que passa em  $A$ , faça uma dobradura que leve a reta sobre si mesma.
- 2) Desdobre.
- 3) Como obter a perpendicular no caso em que  $A$  pertence à reta?



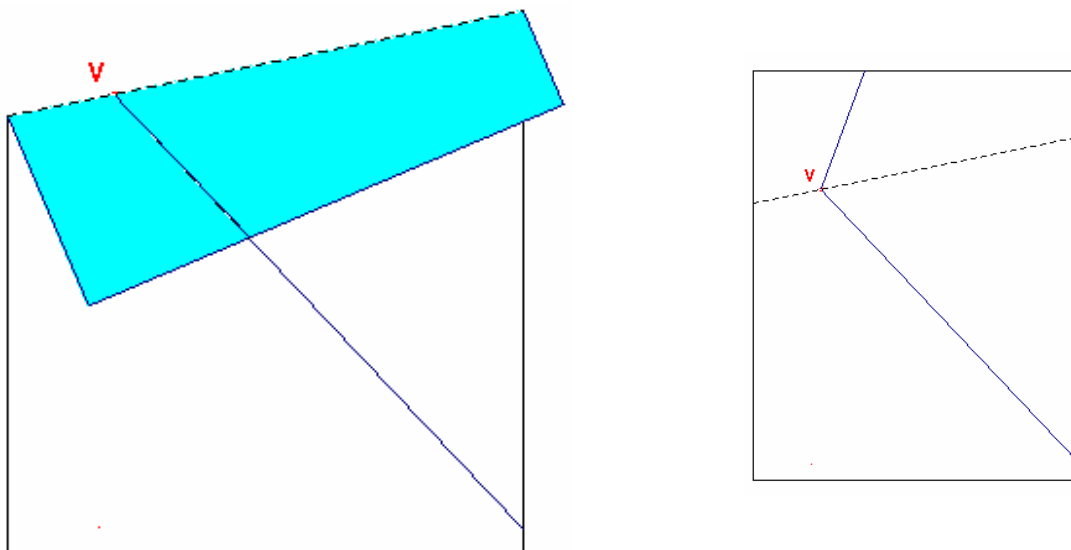
A mediatriz

- 1) Faça uma dobradura de modo que o ponto A se sobreponha ao ponto B
- 2) Desdobre



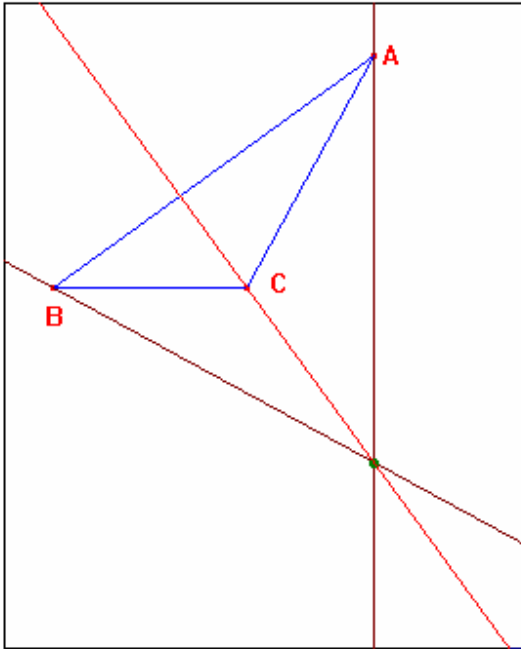
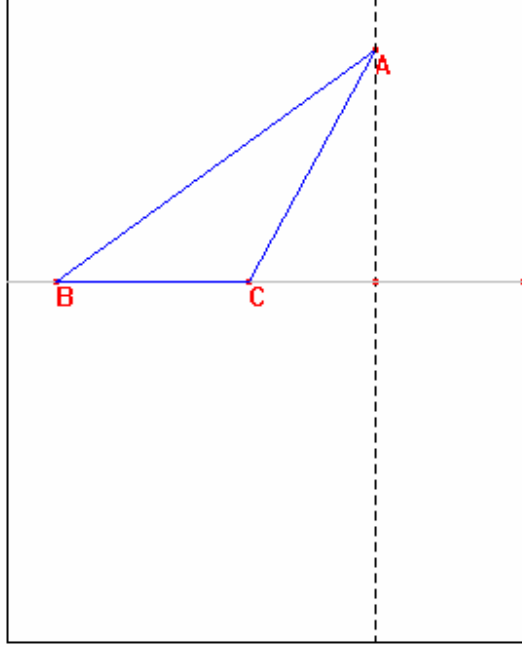
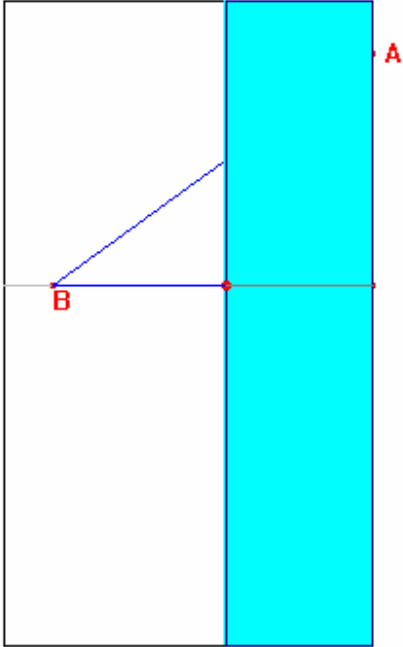
## A Bissetriz

- 1) Dobre um das semi-retas do ângulo de modo que se sobreponha sobre o outro.
- 2) Desdobre



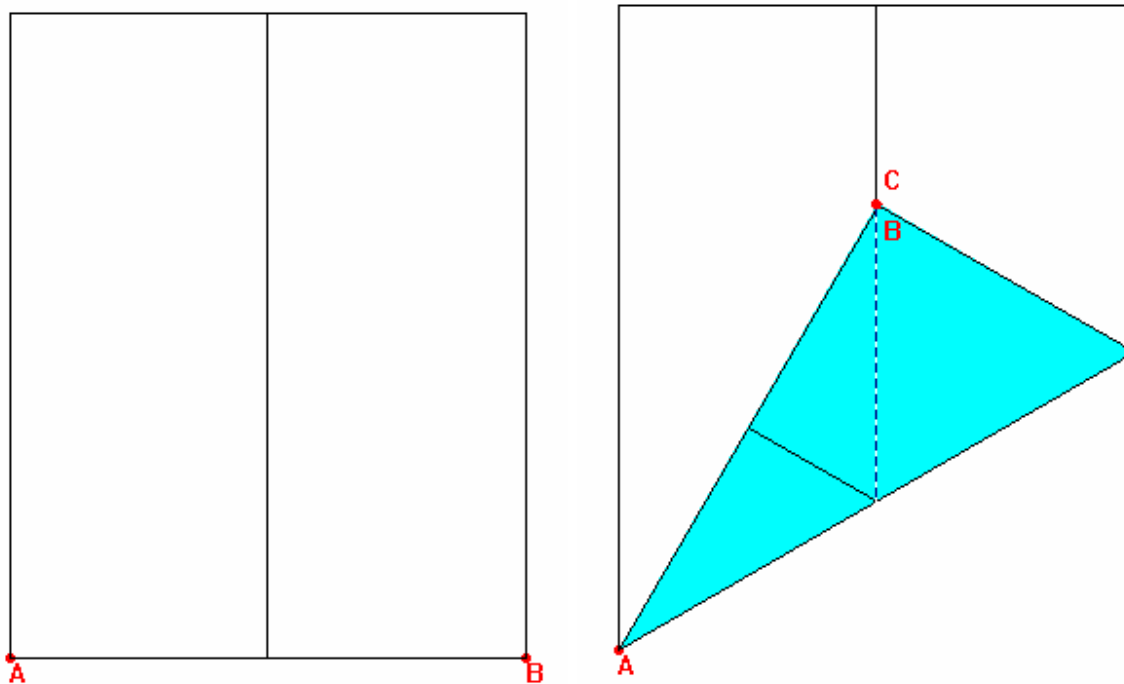
## Alturas de triângulos e ortocentro

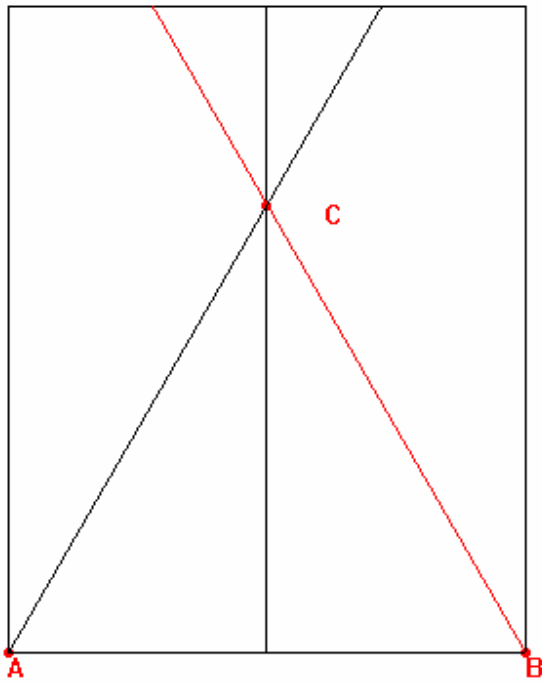
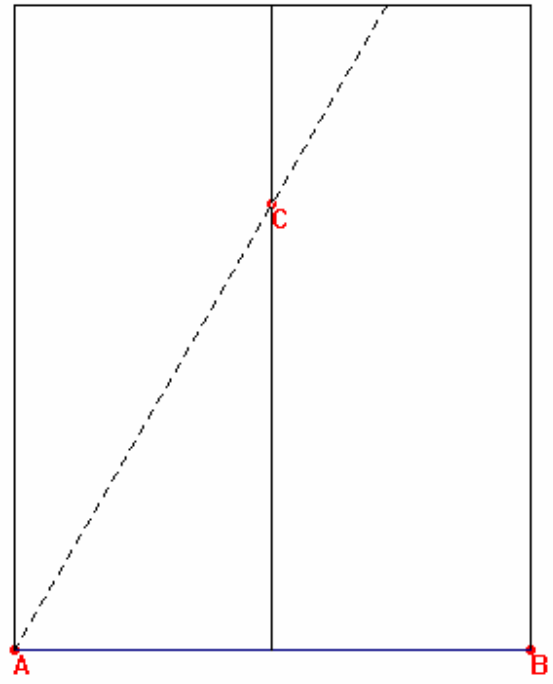
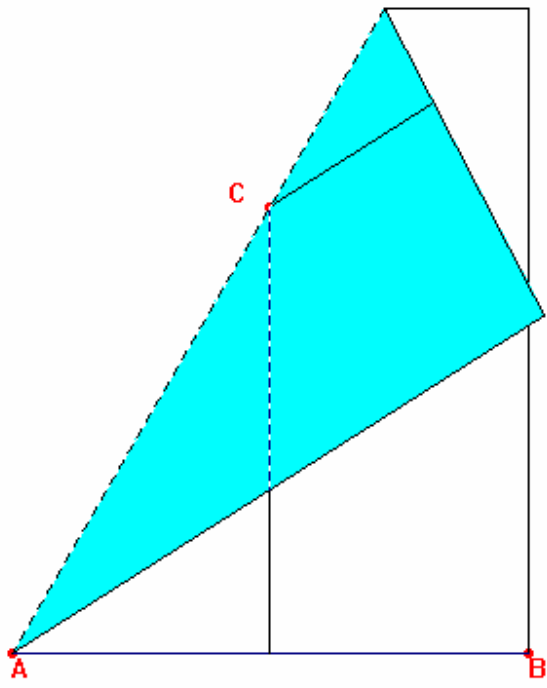
- 1) No caso de triângulo obtusângulo, use dobraduras para prolongar cada um dos lados.
- 2) Utilize a construção da perpendicular passando por um ponto para obter as alturas relativas aos lados  $AB$ ,  $AC$  e  $BC$ , respectivamente.
- 3) Desdobre.
- 4) Faça a construção para outros triângulos.



## Triângulo Equilátero

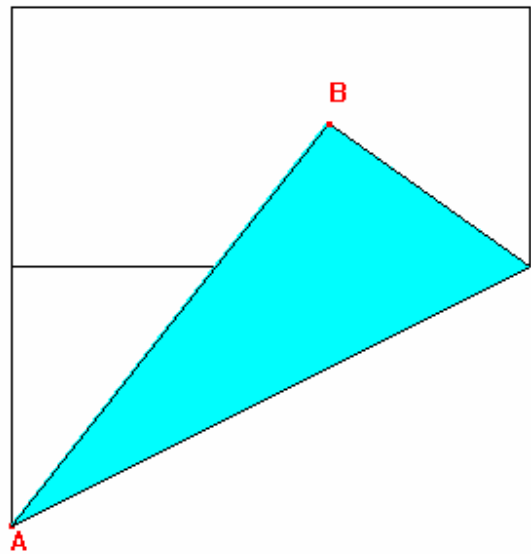
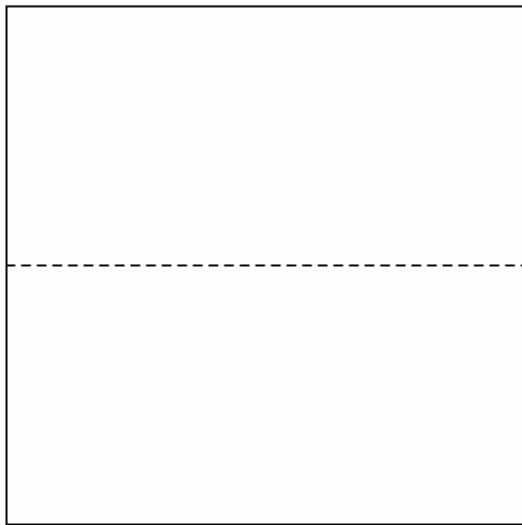
- 1) O lado do triângulo é igual ao lado menor da folha de papel, denote por A e B os extremos do segmento.
- 2) Dobre a folha ao meio de modo a encontrar a mediatriz do segmento AB.
- 3) Dobre a folha de modo que o ponto refletido de B encontre a mediatriz construída em 2). Marque esse ponto C.
- 4) Dobre os segmentos AC e AB para completar o triângulo.
- 5) Desdobre



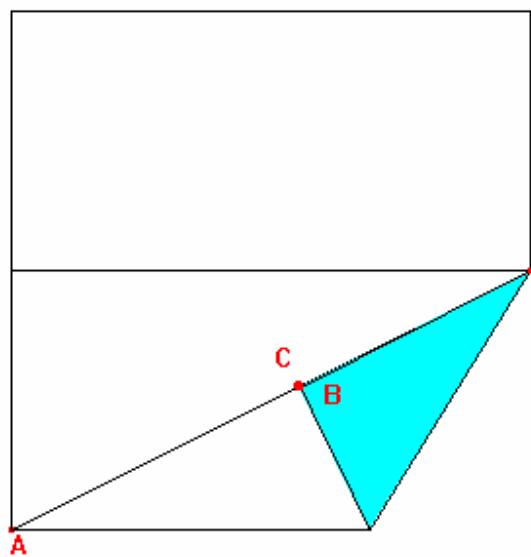
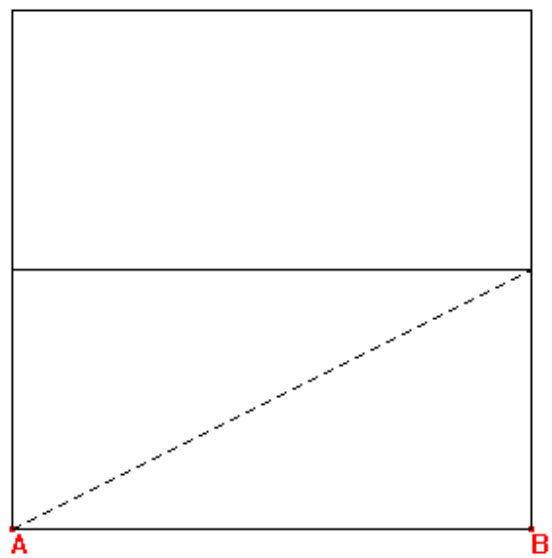


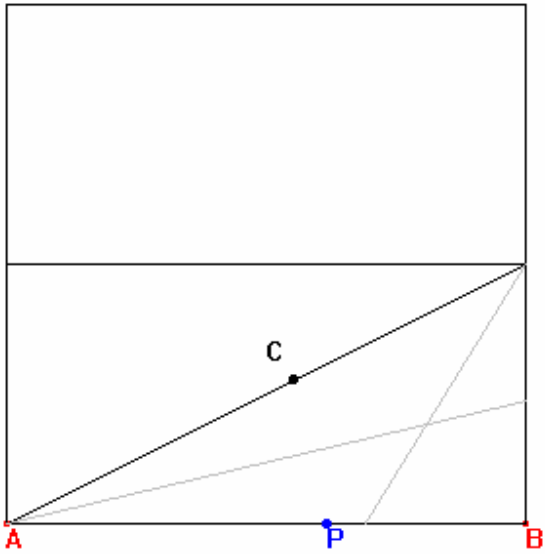
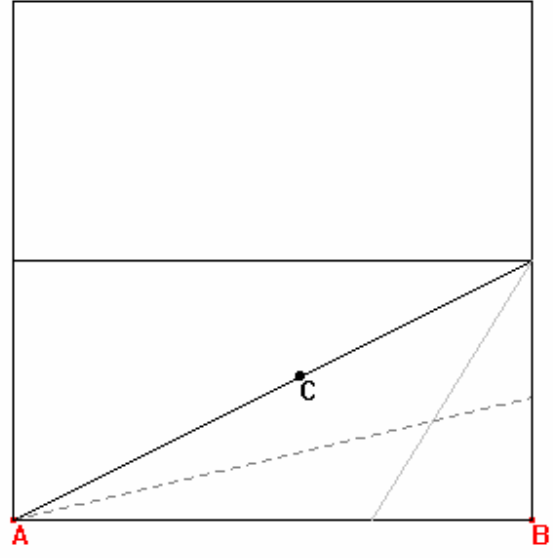
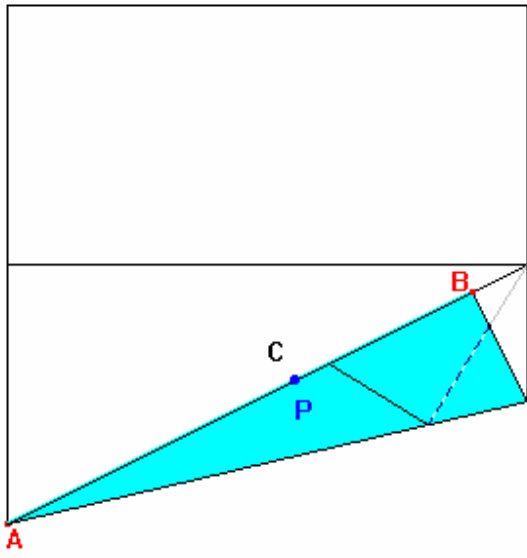
## A Razão Áurea ou o Número de Ouro

- 1) Divida uma folha de papel quadrada ao meio (como obter um quadrado?)
- 2) Faça uma dobradura ao longo de um segmento AF que liga um vértice A da folha ao ponto F, extremidade direita do segmento médio que encontra-se sobre a reta vertical oposta.
- 3) Use uma dobradura com dobra contendo F, para levar o vértice B até o segmento AF. Marque esse ponto C.
- 4) Use uma dobradura com dobra contendo A, para levar o ponto C até o segmento AB. Marque o ponto P.
- 5) A razão entre AP e AB é igual à razão entre PB e AP que é igual ao número de ouro.



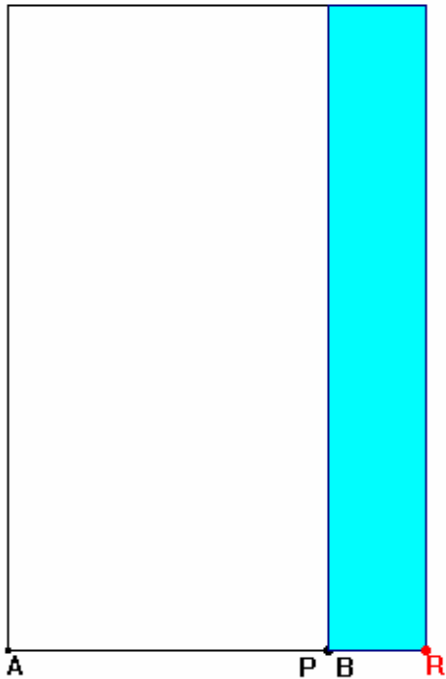


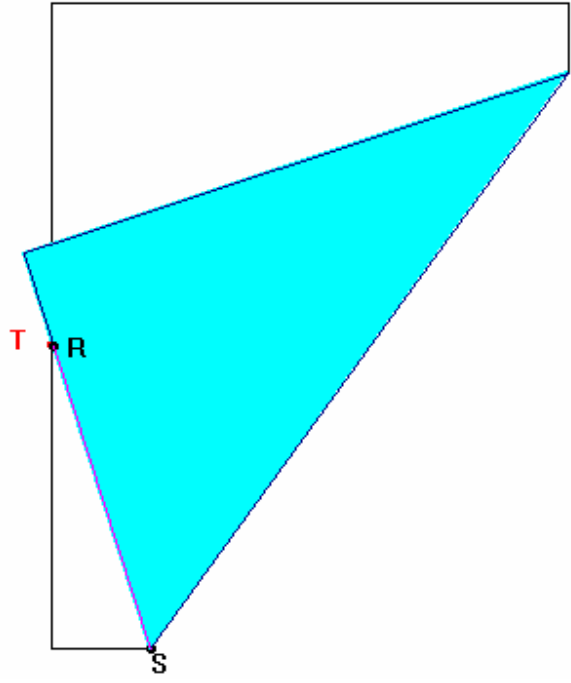
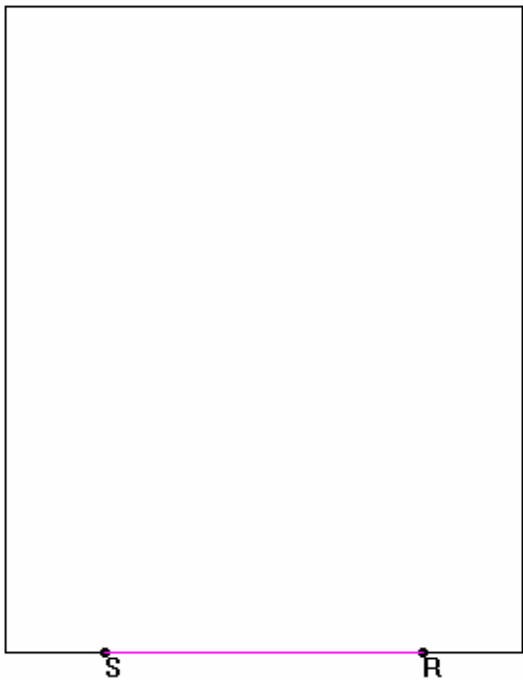
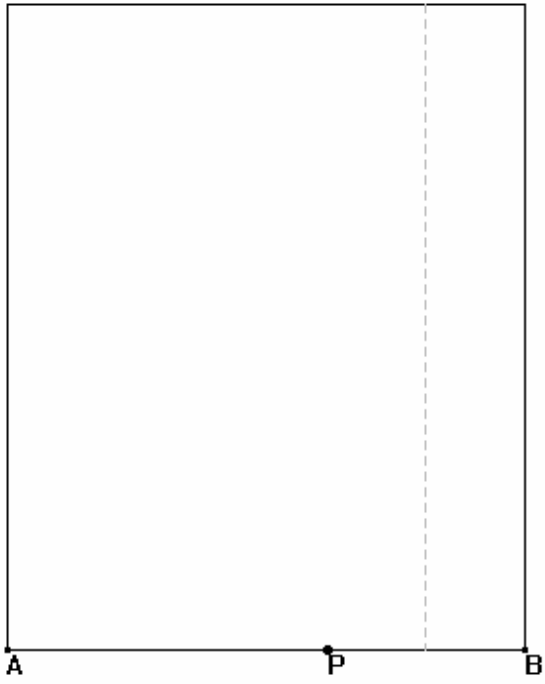


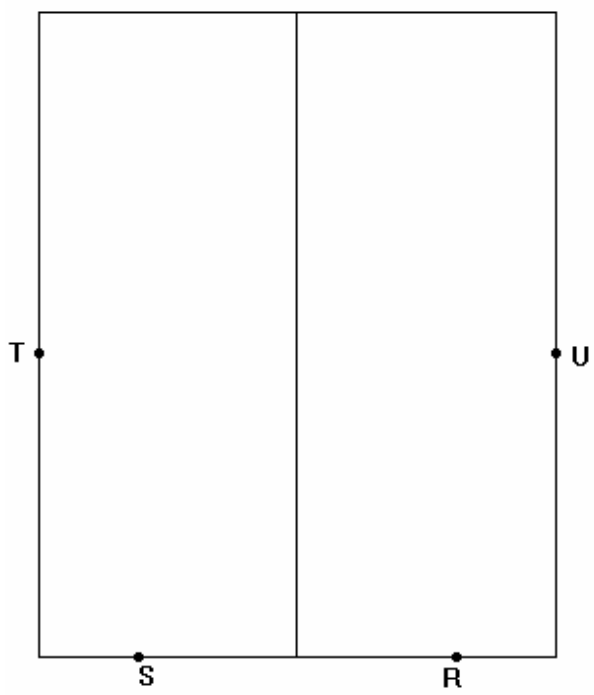
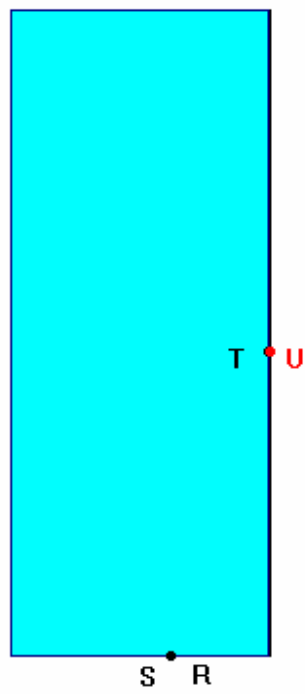
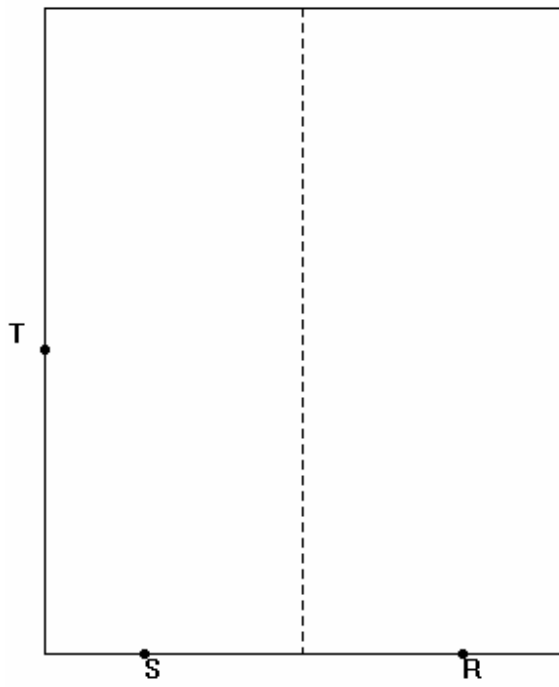


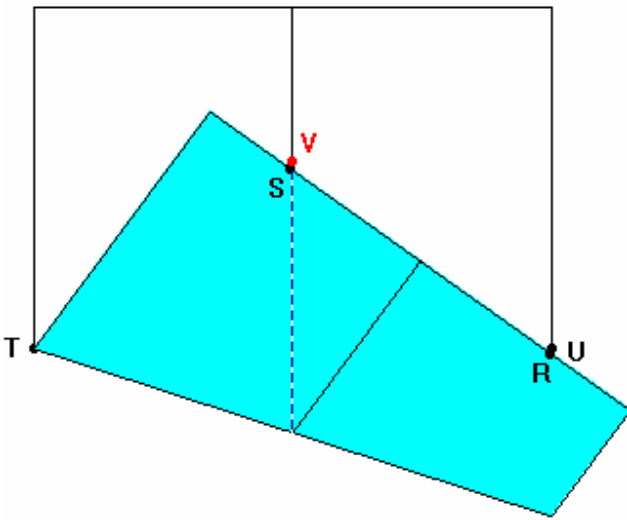
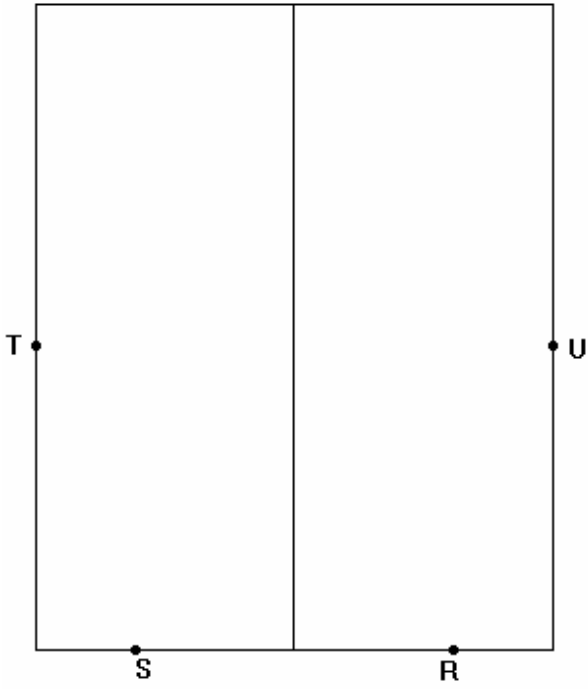
## Pentágono Regular

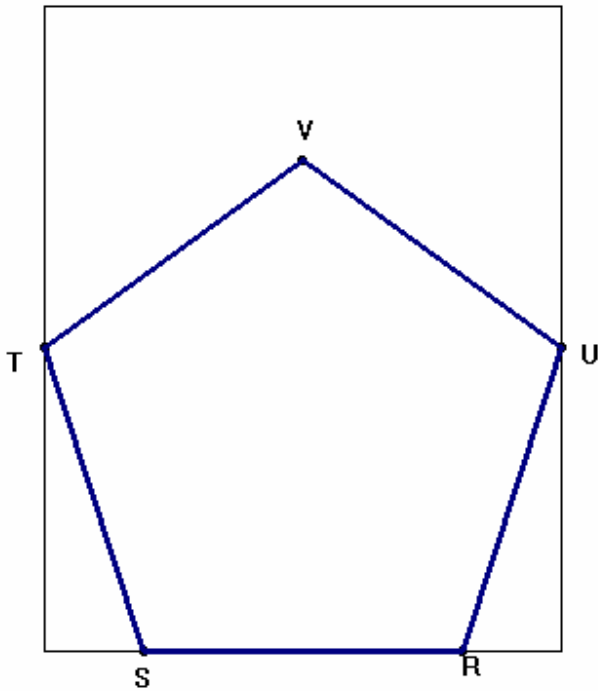
- 1) Numa folha quadrada construa o ponto P, tal que  $PB/AP =$  razão áurea.
- 2) Divida o segmento PB ao meio e marque o ponto médio R.
- 3) Dobre a folha ao meio e marque a refletido de R igual a S
- 4) SR é o lado do pentágono e os próximos passos servem para obter os outros vértices
- 5) Usando uma dobra que passa em S, reflita o ponto R sobre o lado esquerdo da folha determinando o ponto T.
- 6) Proceda analogamente com o lado direito da folha refletindo o vértice T sobre um ponto U. Este ponto pode ser obtido também usando a mediatriz do segmento AB como dobra e refletindo T sobre o lado direito da folha
- 7) Finalmente, usando uma dobra que contem o ponto T reflita o ponto U sobre um ponto V na mediatriz de AB. Os vértices do pentágono são SRUVT.











### Trisecção de um ângulo agudo

- 1) Marque um ponto qualquer  $C$  sobre a perpendicular à semi-reta  $AS$  que passa pelo vértice  $A$ .
- 2) Marque a mediatriz  $n$  de  $AC$ , e o ponto médio  $B$ .
- 3) Usando uma reta conveniente, dobre o ponto  $C$  sobre o ponto  $C'$  que está na semi-reta  $AR$  e simultaneamente leva o ponto  $A$  ao ponto  $A'$  sobre a mediatriz  $n$  traçada no item 2).
- 4) Usando como dobra a reta que passa em  $A$  e  $A'$ , faça uma dobra e denote a imagem da semi-reta  $AS$  por  $AS'$
- 5) Desdobre. As semi-retas  $AS'$  e  $AA'$  dividem o ângulo  $RAS$  em tres partes iguais

