<u>LISTA 1</u> de Programação Linear
Prof. Milton Borba

Exercícios: Modelagem, Solução gráfica/algébrica e Simplex

1) Modele como um problema de Programação Linear.
(Monte a função objetivo e in/equações de restrições)

1.A. Problema de Manufatura. Uma companhia manufatura 4 produtos (P_1, P_2, P_3 e P_4) em duas máquinas (*X* e *Y*). O tempo (em minutos) para processar uma unidade de cada produto em cada máquina é dado abaixo:

	X	*Y*
P_1	10	27
P_2	12	19
P_3	13	33
P_4	8	23

O lucro por unidade para cada produto (P_1, P_2, P_3, P_4) é \$10, \$12, \$17 e \$8, respectivamente. P_1 deve ser produzido em ambas as máquinas, mas P_2, P_3 e P_4 podem ser produzidos em qualquer máquina.

A fábrica tem um espaço muito limitado.

Somente em uma semana de produção é armazenada em $50m^2$, sendo que o espaço ocupado por cada produto é 0.1, 0.15, 0.5 e 0.05 m^2, para os produtos P_1, P_2, P_3 e P_4 , respectivamente.

As exigências do cliente são de que a quantidade produzida do produto P_3 deve ser relacionada com P_2: em uma semana a quantidade de P_2 produzido deve ser *aproximadamente* o dobro de P_3.
A máquina *X* está fora de funcionamento para manutenção durante 5% do tempo e a máquina *Y*, 7% do tempo.
Assumindo uma semana de trabalho de 35h.

1.B. Montagem. Uma companhia monta 4 produtos (*1, 2, 3* e *4*) a partir de peças importadas. O lucro por unidade para cada produto (1, 2, 3 e 4) é \$10, \$15, \$22 e \$17, respectivamente. A demanda máxima na próxima semana para cada produto (*1, 2, 3* e *4*) é 50, 60, 85 e 70 unidades, respectivamente. Há três estágios (*A, B* e *C*) na montagem manual de cada produto e as horas/homem necessárias para cada estágio por unidade do produto são mostradas abaixo:

	Produtos			
Estágio	*1*	*2*	*3*	*4*
A	2	2	1	1
B	2	4	1	2
C	3	6	1	5

O tempo nominal disponível na próxima semana para a montagem em cada estágio (*A*, *B* e *C*) é de 160, 200 e 80 homens-hora, respectivamente.

É possível variar o tempo em homens/hora gasta na montagem em cada estágio de tal modo que trabalhadores previamente empregados no estágio *B* da montagem possam gastar 20% do seu tempo no estágio *A*, e trabalhadores previamente empregados no estágio *C* de montagem, podem gastar 30% do seu tempo no estágio *A*.

As restrições de produção também requerem que a razão de fabricação

(unidades de produto 1)/(unidades de produto 4) deve estar entre 0.9 e 1.15.

Quanto produzir na próxima semana?

1.C. Manufatura de três produtos. . Uma companhia manufatura três produtos, P_1, P_2 e P_3, e tem disponível 4 máquinas, M_1, M_2, M_3 e M_4. O tempo de produção (em minutos) por unidade varia de uma máquina a outra, como mostrado na tabela abaixo:

	M_1	M_2	M_3	M_4		c_1	c_2	c_3	c_4
P_1	5	7	4	10		10	8	6	9
P_2	6	12	8	15		18	20	15	17
P_3	13	14	9	17		15	16	13	17

Similarmente a contribuição de lucro ($) por unidade varia de uma máquina a outra, de acordo com a mesma tabela à direita (c_1, c_2, c_3 e c_4).

Se em uma semana há 35 horas de trabalho disponíveis em cada máquina, quanto de cada produto deve ser produzido de modo que tenhamos uma produção semanal de ao menos 100 unidades de P_1, 150 unidades de P_2 e 100 unidades de P_3 ? Obviamente queremos maximizar o lucro.

1.D. Avião de carga. Um avião de carga tem três compartimentos de carga: Frente, Centro e Traseira. Estes compartimentos têm os seguintes limites de peso e espaço:

Compartimento	Peso max. (*toneladas*)	Espaço max. (m^3)
Frente	10	6800
Centro	16	8700
Traseira	8	5300

Além disso, o peso da carga nos respectivos compartimentos deve estar na mesma proporção que a capacidade de peso, para manter o balanço do avião.

As seguintes cargas estão disponíveis para o próximo vôo:

	Carga Peso(*ton.*)	Volume (m^3/*ton.*)	Lucro (*$/ton.*)
C_1	18	480	310
C_2	15	650	380
C_3	23	580	350
C_4	12	390	285

Qualquer proporção destas cargas é aceitável.

O objetivo é determinar quanto de carga (C_1, C_2, C_3 e C_4) deve ser aceita e como distribuí-las nos compartimentos de modo que o lucro por vôo seja maximizado.

1.E. Turnos na Planta Química. O gerente de produção de uma planta química está tentando elaborar um esquema de turnos para sua força de trabalho. Cada dia de toda semana de trabalho é dividido em turnos de 8 horas (00:01-08:00, 08:01-16:00, 16:01-24:00) designados por madrugada, dia e noite, respectivamente. A planta deve funcionar continuamente e um número mínimo de trabalhadores requeridos para cada um destes turnos ao longo da semana é especificado abaixo:

	Seg	*Ter*	*Qua*	*Qui*	*Sex*	*Sab*	*Dom*
Madrugada	5	3	2	4	3	2	2
Dia	7	8	9	5	7	2	5
Noite	9	10	10	7	11	2	2

O acordo com o sindicato determina turnos aceitáveis para os trabalhadores como segue:

- Cada trabalhador pode ser designado para trabalhar ou um turno da Madrugada, ou Dia ou Noite, e uma vez que a escolha tenha sido feita, ele deve permanecer neste turno em cada dia da semana.
- Cada trabalhador trabalha 4 dias consecutivas durante um período de 7 dias.

No total há 60 trabalhadores à disposição do gerente.

1.F. Fluxo máximo. A tabela abaixo mostra a capacidade de fluxo (m3/min) na rede de transporte de petróleo entre uma origem (1) e um destino (8), passando pelos intermediários 2, 3, ..., 7.

Caso 1 - Qual a capacidade máxima de abastecimento no ponto de destino?
Caso 2 - Nos pontos intermediários (3) e (5) existam demandas de 25 e 30 m³/min respectivamente.

		para						
		2	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
de	1	85	99	70				
	2				84			
	3				82			
	4					105		
	5					63	80	
	6							121
	7							85

2) Monte a tabela inicial para o método Simplex de cada problema anterior.

3) O quadro a seguir corresponde a uma etapa intermediária de um problema de <u>*maximização*</u> pelo método SIMPLEX. Descreva o(s) passo(s) seguinte(s) *(a solução é ótima ou não; que variável passa a ser básica e qual deixa de sê-lo; que linha deve ser multiplicada/dividida por quanto; que linha soma com qual; ...)*, na ordem, até chegar a um novo quadro equivalente ou, se for o caso, explique porque o processo acabou.

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
L 1	*1*	*0*	*0*	*78*	*0*	*-110*	*0*	*550*
L 2	*0*	***1***	*0*	*-2,5*	*0*	*7*	*0*	*2,5*
L 3	*0*	*0*	***1***	*0,5*	*0*	*-0,4*	*0*	*3,8*
L 4	*0*	*0*	*0*	*-2*	***1***	*3*	*0*	*1,8*
L 5	*0*	*0*	*0*	*5*	*0*	*-12*	***1***	*6,6*

4) Produção. O gerente de planejamento e controle da produção de uma empresa de suco concentrado de laranja precisa decidir a mistura de matérias-primas (lotes de sucos primários) para atender a um pedido de um importador europeu. Esse pedido inclui dois tipos de produto final — sucos N (normal) e E (europeu fino) — que diferem entre si pela concentração mínima de açúcar e teor máximo de acidez, conforme apresentado na tabela I abaixo. As quantidades de cada tipo foram definidas pela área de vendas, e precisam ser integralmente respeitadas.

Tabela I

tipo de produto final	venda realizada (tambores)	concentração mínima de açúcar (g/l)	teor máximo de acidez (%)
N (normal)	2.000	60	2
E (europeu fino)	1.000	80	1

Para atender ao pedido, o gerente dispõe hoje, nos tanques da fábrica, de apenas dois tipos de suco primário — G (Grande Lima) e P (Pera) —, cujos custos, concentração mínima de açúcar e teor máximo de acidez estão apresentados na tabela II a seguir.

Tabela II

tipo de suco primário	custo (US$/tambor)	concentração mínima de açúcar (g/l)	teor máximo de acidez (%)
G (Grande Lima)	100	90	0,5
P (Pera)	60	50	3,0

Os custos de fabricação do produto final a partir de suco primário são idênticos, não importando o tipo de suco. Para produzir um tambor de produto final, é necessário um tambor de suco primário. Para definir a quantidade de cada tipo de suco primário que a indústria deve usar na mistura, o gerente montou um modelo de programação linear, denominado "problema de mistura" (*blending problem*), descrito a seguir.

Variáveis de decisão:
x_{ij} = quantidade (em tambores) de suco primário tipo *i* para produzir produto final *j* ($i = G, P; j = N, E$)

Minimizar
$C(xij) = 100(x_{GN} + x_{GE}) + 60(x_{PN} + x_{PE})$ . . . . (1)

Sujeito às seguintes restrições:
$x_{GN} + x_{PN} = 2.000$ . . . . (2)
$x_{GE} + x_{PE} = 1.000$ . . . . (3)
$90x_{GN} + 50x_{PN} \geq 60(x_{GN} + x_{PN})$ . . . . (4)
$90x_{GE} + 50x_{PE} \geq 80(x_{GE} + x_{PE})$ . . . . (5)
$0{,}005x_{GN} + 0{,}03xPN \leq 0{,}02(x_{GN} + x_{PN})$ . . . . (6)
$0{,}005x_{GE} + 0{,}03x_{PE} \leq 0{,}01(x_{GE} + x_{PE})$ . . . . (7)
$x_{GN}, x_{GE}, x_{PN}, x_{PE} \geq 0$ . . . . (8)

Considerando as informações apresentadas, as equações de (1) a (7) e o conjunto de equações (8), julgue os próximos itens.

I A equação (1) representa a função objetivo do modelo e significa que se deseja minimizar o custo total de matéria-prima para se atender a demanda do pedido.
II As equações (2) e (3) significam que as demandas por cada tipo de produto acabado serão plenamente atendidas.
III A equação (5) representa a restrição de mistura para o produto tipo europeu fino, que deve ter concentração de açúcar de, no máximo, 80.
IV A equação (6) representa a restrição de mistura para produto tipo normal, que deve ter teor de acidez de, no máximo, 2%.
V A equação (7) representa a restrição de mistura para produto tipo normal, que deve ter teor de acidez de, no mínimo, 1%.

Estão certos apenas os itens
A) I, II e III.
B) I, II e IV.
C) I, III e V.
D) II, IV e V.
E) III, IV e V.