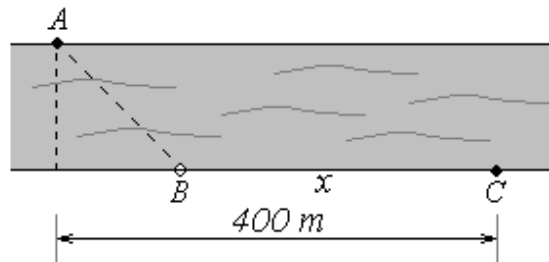


Segunda Prova de PES – Prof. Milton – 31 de maio de 2007

- 1) Apenas monte a função a ser minimizada, correspondente ao problema:

O rio tem uma largura $100m$ e o ponto C está deslocado de $400m$ do ponto A , na outra margem. Deseja-se ir do ponto A ao ponto C , fazendo o percurso AB (remando) e depois BC (correndo pela margem).

Qual a posição do ponto B (em relação a C) para a travessia mais rápida, sabendo que se pode remar a 40 m/min e correr a 100m/min ?



- 2) Maximize $F(r) = 3kr^2 - 7r^3$, onde k é constante (usando derivadas)

- 3) Resolva a questão 2) usando busca de Fibonacci ou Seção áurea.

Para isto, considere $k = 50$, r entre 8 e 22, com erro admissível de $0,1$.

- 4) Apenas monte a função a ser maximizada, correspondente ao problema:

Alguns correios exigem que o perímetro da base somada com a altura (das caixas retangulares) não passe de **um metro**. Qual o maior **volume** que pode ser enviado?

- 5) Minimize $g(x, y) = 2xy^2 + \frac{5}{x^2} + \frac{8}{y}$

com $x \leq 5$, $y \leq 3$, ambos *positivos* e com precisão de $0,01$.

Gabarito:

$$1) T = T_{AB} + T_{BC} = \frac{D_{AB}}{V_{AB}} + \frac{D_{BC}}{V_{BC}} \Rightarrow T = \frac{\sqrt{100^2 + (400-x)^2}}{40} + \frac{x}{100}$$

$$2) F'(r) = 6kr - 21r^2 = 0 \Rightarrow 3r(2k - 7r) = 0 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow F = 0$$

$$r = \frac{2k}{7} \Rightarrow F = 3k\left(\frac{2k}{7}\right)^2 - 7\left(\frac{2k}{7}\right)^3 = \frac{4k^3}{49}$$

Assim, se $k < 0$, $F(0) = 0$ é o máximo.

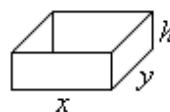
$$\text{se } k \geq 0, F\left(\frac{2k}{7}\right) = \frac{4k^3}{49} \text{ é o máximo.}$$

- 3) $F(r) = 150r^2 - 7r^3$. Por Fibonacci, construímos a Tabela abaixo, concluindo que:

$$r = 14,3 \text{ e } F(r) = 10.204,0$$

Intervalo		comp.	62%		Pontos		Função	
8	22	14	8,7	→	13,3	16,7	10.077,8	9.271,0
8,0	16,7	8,7	5,3	→	11,3	13,3	9.056,7	10.077,8
11,3	16,7	5,3	3,3	→	13,3	14,6	10.077,8	10.188,1
13,3	16,7	3,3	2,0	→	14,6	15,4	10.188,1	10.011,7
13,3	15,4	2,0	1,3	→	14,1	14,6	10.200,4	10.188,1
13,3	14,6	1,3	0,8	→	13,8	14,1	10.173,6	10.200,4
13,8	14,6	0,8	0,5	→	14,1	14,3	10.200,4	10.204,0
14,1	14,6	0,5	0,3	→	14,3	14,4	10.204,0	10.201,1

4) $2x + 2y + h = l \Rightarrow h = l - 2x - 2y$
 $V = xyh = xy(l - 2x - 2y) \Rightarrow V = xy - 2x^2y - 2xy^2$



5) $g'_y = 4xy - \frac{8}{y^2} = 0 \Rightarrow xy = \frac{2}{y^2} \Rightarrow x = \frac{2}{y^3}$

$g'_x = 2y^2 - \frac{10}{x^3} = 0 \Rightarrow y^2 = 5 \left(\frac{1}{x}\right)^3 = 5 \left(\frac{y^3}{2}\right)^3 = 5 \frac{y^9}{8} \Rightarrow y^2 = 5 \frac{y^9}{8}$

Com $y \neq 0$, temos $1 = 5 \frac{y^7}{8} \Rightarrow y^7 = \frac{8}{5} \Rightarrow y^7 = \frac{8}{5} \Rightarrow y = \sqrt[7]{\frac{8}{5}} \sim 1,07$

$x = \frac{2}{y^3} = 2 \left(\frac{1}{y}\right)^3 = 2 \left(\sqrt[7]{\frac{5}{8}}\right)^3 = \sqrt[7]{\frac{125}{4}} \sim 1,64$

$g = 2 \sqrt[7]{\frac{125}{4}} \left(\sqrt[7]{\frac{8}{5}}\right)^2 + 5 \left(\sqrt[7]{\frac{4}{125}}\right)^2 + 8 \sqrt[7]{\frac{5}{8}} \sim 13,09$