PERT/CPM

Notas de Aula - Fernando Nogueira
Modificado por
Milton Procópio de Borba

1. Introdução

As técnicas denominadas PERT e CPM foram independentemente desenvolvidas para o Planejamento e Controle de Projetos em torno de 1950, porém a grande semelhança entre estas fez com que o termo PERT/CPM seja utilizado corriqueiramente como apenas uma técnica.

Os termos PERT e CPM são acrônimos de *Program Evaluation and Review Technique* (PERT) e *Critical Path Method* (CPM).

Exemplos de Projetos que podem utilizar PERT/CPM:
1. Construção de uma planta
2. Pesquisa e desenvolvimento de um produto
3. Produção de filmes
4. Construção de navios
5. Instalação de um sistema de informações
6. Condução de campanhas publicitárias, entre outras.

PERT e CPM utilizam principalmente os conceitos de Redes (grafos) para planejar e visualizar a coordenação das atividades do projeto.

Um exemplo clássico de aplicação de PERT/CPM é o planejamento e gerenciamento da construção civil, como o seguinte exemplo (Hiller/Lieberman, pg 468).

Suponha que uma empreiteira ganhou uma concorrência de $5,4 milhões para construir uma planta industrial. O contrato inclui:

- Uma penalidade de $300.000,00 se a empreiteira não completar a construção em 47 semanas.
- Um bônus de $150.000,00 se a empreiteira completar a construção em 40 semanas.

De acordo com a experiência da empreiteira, a seguinte lista foi elaborada (ver Tabela 3) para este projeto:

Tabela 1 - Atividades, Atividades Precedentes e Duração Estimada

Atividade		Descrição	Atividades Precedentes	Duração Estimada (semanas)
1	A	Escavação	-	2
2	B	Fundação	A	4
3	C	Paredes	B	10
4	D	Telhado	C	6
5	E	Encanamento Exterior	C	4
6	F	Encanamento Interior	E	5
7	G	Muros	D	7
8	H	Pintura Exterior	E, G	9
9	I	Instalação Elétrica	C	7
10	J	Divisórias	F, I	8
11	K	Piso	J	4
12	L	Pintura Interior	J	5
13	M	Acabamento Exterior	H	2
14	N	Acabamento Interior	K, L	6

A duração para a execução da obra é 79 semanas se cada atividade for realizada uma por vez. No entanto, existem atividades que podem ser realizadas simultaneamente com outras atividades, podendo com isso, reduzir a duração da execução da obra.

2. Construção da Rede

A rede pode ser construída utilizando os arcos para representar as atividades e os nós para separar as atividades de suas atividades precedentes, porém utilizar os nós para representar as atividades e os arcos para representar as relações de precedência parece ser mais intuitivo. A figura 1 ilustra a rede para o exemplo dado:

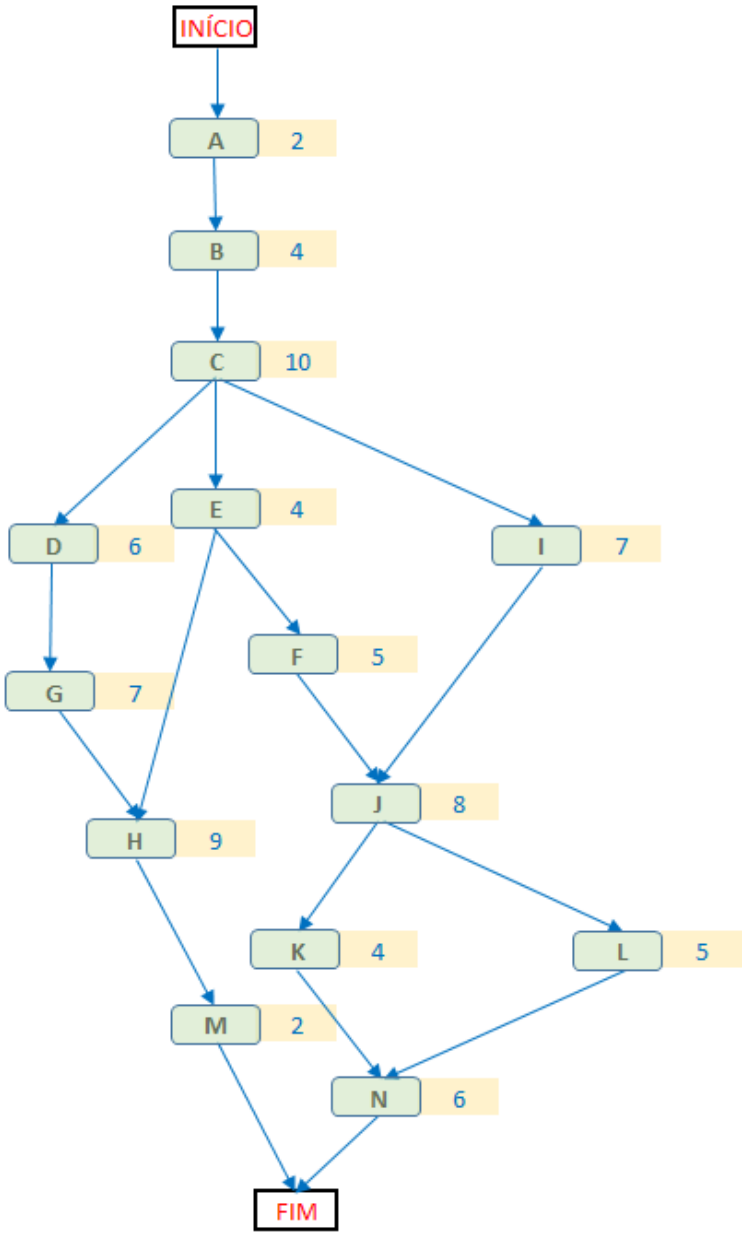


Fig. 1 - Rede para o exemplo dado.

A partir da lista de atividades e das relações de precedência, a rede pode ser facilmente construída. Para isto, dado uma atividade (nó), basta procurar na lista quais atividades são suas atividades precedentes. Por exemplo, na rede da figura 1, a atividade J possui as atividades F e I como precedentes, as quais devem ser conectadas através de arcos orientados (setas), indicando assim, a precedência.

Através da análise da rede, várias informações podem ser obtidas, entre elas, as respostas para duas perguntas cruciais para o planejamento do projeto:

1) Qual o tempo total requerido para completar o projeto se nenhum atraso ocorrer?
2) Quais as atividades que não podem sofrer atrasos para que o projeto seja executado sem atraso ("Atividades Gargalos")?

2.1 Caminho Crítico

Um caminho através de uma rede é uma rota seguindo os arcos a partir do nó INÍCIO até o nó FIM.
O comprimento de um caminho é a soma das durações das atividades sobre o caminho.
Na rede da figura 1 existem 6 caminhos, que são dados na tabela abaixo, juntamente com seus respectivos comprimentos:

Tabela 2 - Caminhos e seus respectivos Comprimentos

Caminho	**Comprimento**	**(semanas)**
Inicio-A-B-C-D-G-H-M-Fim	2 + 4 + 10 + 6 + 7 + 9 + 2	40
Inicio-A-B-C-E-H-M-Fim	2 + 4 + 10 + 4 + 9 + 2	31
Inicio-A-B-C-E-F-J-K-N-Fim	2 + 4 + 10 + 4 + 5 + 8 + 4 + 6	43
Inicio-A-B-C-E-F-J-L-N-Fim	**2 + 4 + 10 + 4 + 5 + 8 + 5 + 6**	**44**
Inicio-A-B-C-I-J-K-N-Fim	2 + 4 + 10 + 7 + 8 + 4 + 6	41
Inicio-A-B-C-I-J-L-N-Fim	2 + 4 + 10 + 7 + 8 + 5 + 6	42

O Caminho com **maior** Comprimento é o **Caminho Crítico**, uma vez que todos os demais Caminhos deverão alcançar o nó FIM antes do Caminho Crítico. Isto responde a questão 1) dada acima, ou seja, o tempo total requerido é 44 semanas para completar o projeto.

As atividades sobre este Caminho são as Atividades Críticas (Atividades Gargalos), ou seja, qualquer atraso em uma dessas atividades irá atrasar a duração de todo o projeto. Já as demais atividades se sofrerem algum atraso poderão ou não atrasar a duração de todo o projeto.

A figura 2 mostra o Caminho Crítico.

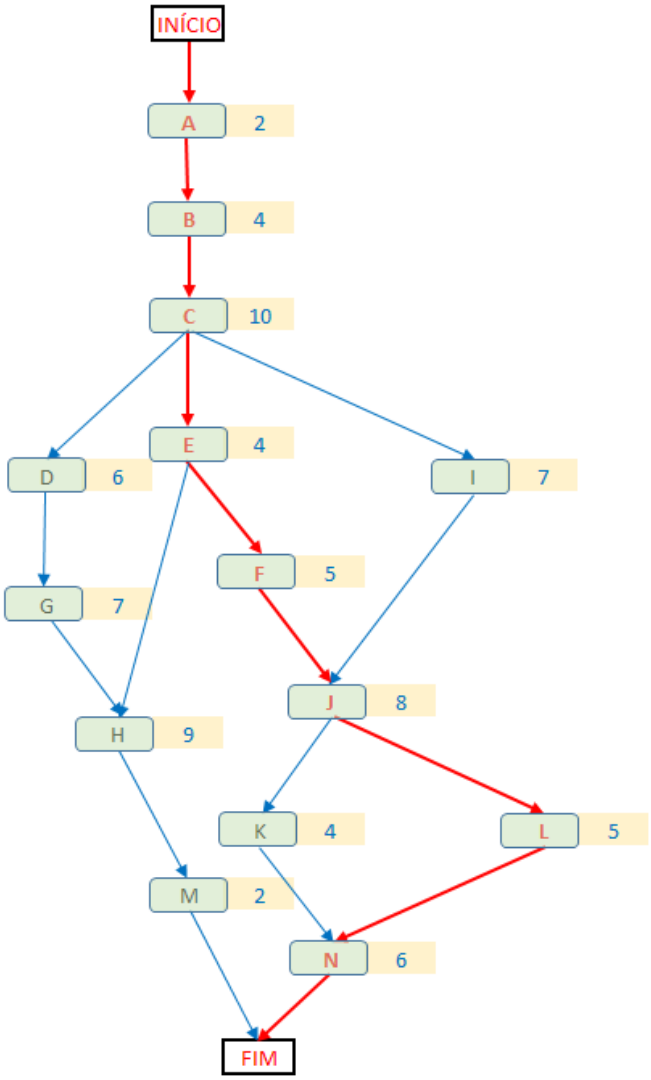


Fig. 2 - Caminho Crítico

2.2 Programação de Atividades (*Scheduling*)

A Programação das Atividades na técnica PERT/CPM consiste em determinar em que tempo (por exemplo, em que dia, em qual semana,...) uma atividade deve começar e terminar.

Vamos considerar os inícios e os términos de cada atividade como sendo um instante (pontual), numa linha contínua de tempo que começa na marca "0" e acaba na marca "44", sendo que cada número está colocado em uma respectiva marca da escala, como mostra a figura 3. Esta maneira é mais apropriada quando pudermos considerar tempos fracionários.

Fig. 3 – Linha contínua do tempo

A princípio, o tempo inicial de uma atividade deveria ser igual ao tempo final da atividade precedente. No entanto, atividades que possuem 2 ou mais atividades precedentes necessitam que todas as atividades precedentes estejam completadas para então dar início a atividade em questão. Já para Atividades Não Críticas, o tempo inicial não precisa ser necessariamente igual ao tempo final da sua atividade precedente, uma vez que esta atividade possui folga (não pertence ao Caminho Crítico da Rede).

A fim de formalizar este raciocínio, a técnica PERT/CPM utiliza 4 variáveis que são:

ES = Tempo Inicial Mais Cedo (*Earliest Start*)
EF = Tempo Final Mais Cedo (*Earliest Finish*)
LS = Tempo Inicial Mais Tarde (*Last Start*)
LF = Tempo Final Mais Tarde (*Last Finish*)

Formalmente, estas variáveis podem ser definidas pelas seguintes regras:

Regra do Tempo Inicial Mais Cedo (ES)
O tempo Inicial Mais Cedo ESi de uma atividade i é igual ao **maior** Tempo Final Mais Cedo EFj das atividades precedentes j.

$ESi = max\{EFj, j \in \pi_i\}$
onde:
π_i é conjunto das atividades precedentes à atividade i.

Regra do Tempo Final Mais Cedo (EF)
$EFi = ESi + Di$
onde:
Di é a duração da atividade i.

Regra do Tempo Final Mais Tarde (LF)
O tempo Final Mais Tarde LFi de uma atividade i é igual ao **menor** Tempo Inicial Mais Tarde LSk das atividades sucessoras k.

$LFi = \min\{LSk, k \in \psi i\}$
onde:
ψi é conjunto das atividades sucessoras à atividade i.

Regra do Tempo Inicial Mais Tarde (LS)
$LSi = LFi - Di$

A figura 4 mostra a Rede com todos os seus Tempos Iniciais e Finais Mais Cedo e Mais Tarde e Folgas

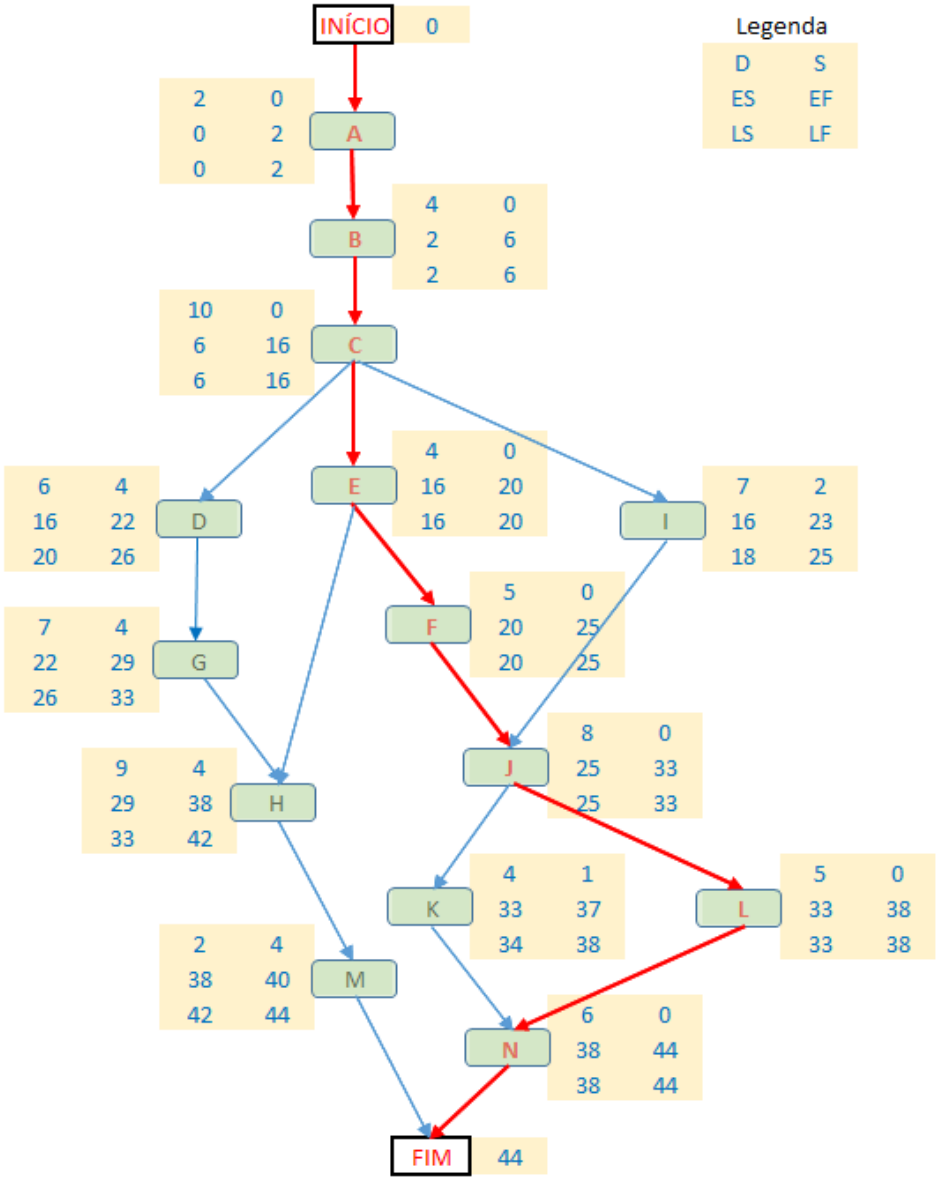


Fig. 4 - Rede, D, ES, EF, LS, LF e S.

Heuristicamente, pode-se proceder o cálculo destas variáveis assim:

- Partindo do início, seguindo o caminho crítico, a primeira atividade começa em Zero: ES1 = LS1 = 0;
- A primeira atividade acaba e começa a segunda: EF1 = LF1 = D1 ➔ ES2 = LS2 = D1;
- A segunda atividade acaba e começa a terceira: EF2 = LF2 = D1 + D2 ➔ ES3 = LS3 = D1 + D2;
- A terceira acaba e começa a quarta: EF3 = LF3 = D1 + D2 + D3 ➔ ES4 = LS4 = D1 + D2 + D3;
-
-
- Até a última (nª) atividade do caminho crítico: EFn = LFn = D1 + D2 + D3 + ... + Dn = Caminho Crítico.

- Partindo novamente do início, as demais atividades só começam quando acabarem suas precedentes: ESi;
- Então, acabam, pela soma das suas durações: EFi = ESi + Di

- Partindo, agora, do fim, as demais atividades devem acabar quando iniciam suas sucessoras: LFi;
- Então, devem iniciar, tirando suas durações: LSi = LFi - Di

Para as atividades não pertencentes ao caminho critico, pode haver uma folga (S de *Slack*) entre o “mais cedo” e o “mais tarde”:

Si = LSi – ESi = LFi – EFi

Para as atividades pertencentes ao caminho critico, não teremos folgas.

O valor da Folga S_i corresponde ao atraso que a atividade i pode sofrer sem comprometer a duração total determinada pelo comprimento do Caminho Crítico.

Outra maneira de nos referirmos aos os inícios e aos términos de cada atividade, seria considerar os tempos como inteiros (intervalar), numa linha discreta de tempo que começa no intervalo "1" e acaba no intervalo "44", sendo que cada número está colocado em um respectiva intervalo da escala, como mostra a figura 5. Esta maneira é mais apropriada quando só consideramos tempos inteiros. Neste caso, as fórmulas anteriores apresentam algumas alterações, pois a atividade seguinte se inicia no tempo seguinte.

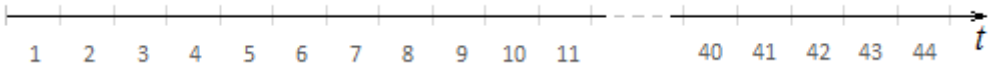


Fig. 5 – Linha discreta do tempo

3. Incertezas nas Durações das Atividades - Metodologia PERT

A duração de cada atividade na prática pode ser diferente daquela prevista na elaboração do projeto. Existem muitos fatores praticamente impossíveis de serem previstos que podem adiantar ou atrasar a duração de uma atividade, como por exemplo, escassez ou abundância de recursos devido a variações abruptas de indicadores econômicos, intempéries climáticas, entre tantos outros.

A fim de se obter um planejamento mais confiável, faz-se necessário considerar no modelo incertezas sobre a duração de cada atividade. Na metodologia PERT, a duração de cada atividade é tratada como uma **variável randômica** com alguma distribuição de probabilidade.

A versão original da metodologia PERT utiliza 3 diferentes tipos de estimativas da duração de uma atividade para determinar os parâmetros da distribuição de probabilidade:

m = estimativa mais provável da duração de uma atividade (*most likely estimate*),
o = estimativa otimista da duração de uma atividade (*optimistic estimate*),
p = estimativa pessimista da duração de uma atividade (*pessimistic estimate*).

A metodologia PERT também assume que a forma da distribuição de probabilidade da variável randômica em questão é a da distribuição Beta. A figura 6 mostra a localização das estimativas m, o e p na distribuição Beta para os parâmetros a e b da distribuição igual a 1.5 e 4, respectivamente.

Atenção: a forma da distribuição pode ser bastante diferente da forma representada na figura 6, de acordo com os seus parâmetros.

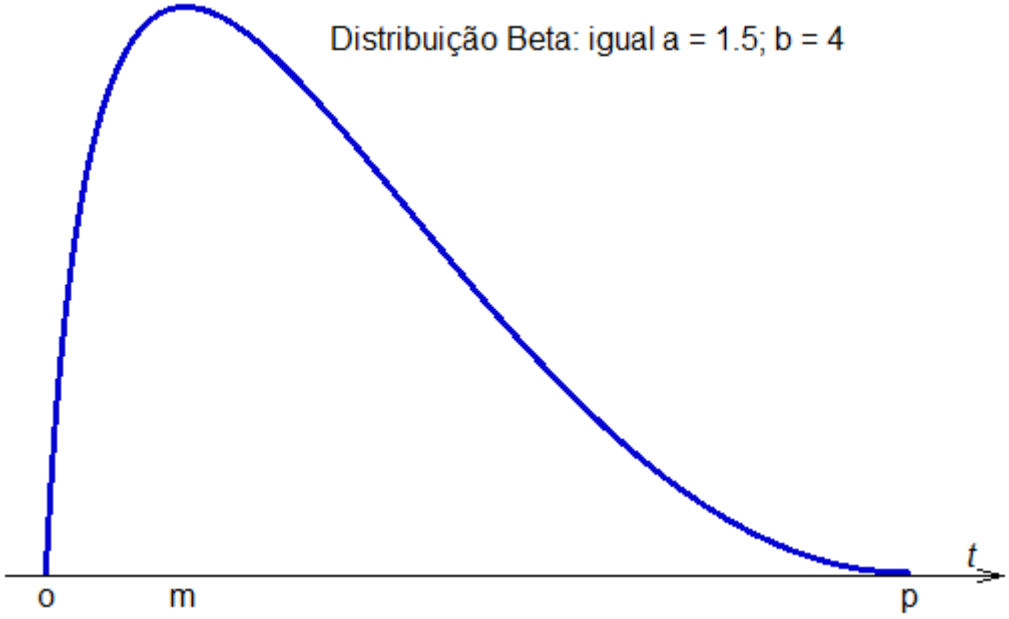


Fig. 6 - Distribuição Beta.

Considerando que a distribuição está efetivamente contida no intervalo $(\mu - 3\sigma)$ e $(\mu + 3\sigma)$, onde μ e σ são a média e o desvio-padrão, respectivamente, pode-se definir um boa aproximação para a média como:

$$\mu = \frac{o+4m+p}{6}$$
$$\sigma^2 = \left(\frac{p-o}{6}\right)^2$$

A tabela 3 mostra as 3 estimativas da metodologia PERT, bem como a média e a variância para cada atividade.

Tabela 3 - Estimativas PERT

Atividade	o	m	p	Média	Variância
A	**1**	**2**	**3**	**2**	**1/9**
B	**2**	**3,5**	**8**	**4**	**1**
C	**6**	**9**	**18**	**10**	**4**
D	4	5,5	10	6	1
E	**1**	**4,5**	**5**	**4**	**4/9**
F	**4**	**4**	**10**	**5**	**1**
G	5	6,5	11	7	1
H	5	8	17	9	4
I	3	7,5	9	7	1
J	**3**	**9**	**9**	**8**	**1**
K	4	4	4	4	0
L	**1**	**5,5**	**7**	**5**	**1**
M	1	2	3	2	1/9
N	**5**	**5,5**	**9**	**6**	**4/9**

Com os valores da tabela 3, pode-se por exemplo, construir o **cenário** de pior caso, ou seja, determinar o Caminho Crítico utilizando as durações pessimistas. A tabela 4 mostra estes cálculos elaborados de maneira análoga aos da tabela 2.

Tabela 4 - Caminhos e seus respectivos Comprimentos para o Cenário Pior Caso

Caminho	Comprimento	(semanas)
Inicio-A-B-C-D-G-H-M-Fim	**3 + 8 + 18 + 10 + 11 + 17 + 3**	**70**
Inicio-A-B-C-E-H-M-Fim	3 + 8 + 18 + 5 + 17 + 3	54
Inicio-A-B-C-E-F-J-K-N-Fim	3 + 8 + 18 + 5 + 10 + 9 + 4 + 9	66
Inicio-A-B-C-E-F-J-L-N-Fim	3 + 8 + 18 + 5 + 10 + 9 + 7 + 9	69
Inicio-A-B-C-I-J-K-N-Fim	3 + 8 + 18 + 9 + 9 + 4 + 9	60
Inicio-A-B-C-I-J-L-N-Fim	3 + 8 + 18 + 9 + 9 + 7 + 9	63

De acordo com a tabela 4, percebe-se que o Caminho Crítico para o Cenário Pior Caso é 70 semanas, o que provavelmente inviabilizaria o projeto. Porém, qual a probabilidade que este Cenário ocorra?

Considerando que o **Caminho Crítico Médio** é o Caminho através da Rede que deveria ser o Caminho Crítico se a duração de cada atividade fosse a sua duração média e ainda que as atividades sobre o Caminho Crítico Médio são **estatisticamente independentes**, pode-se calcular a média da distribuição de probabilidade da duração total do projeto como:

$$\mu_p = \sum_{i=1}^{n} \mu_i$$

onde:

μ_i é a duração média da atividade *i* sobre o Caminho Crítico Médio.

A variância da distribuição de probabilidade da duração total do projeto como:

$$\sigma_p{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i{}^2$$

onde:

$\sigma_i{}^2$ é a variância da atividade *i* sobre o Caminho Crítico Médio.

No exemplo, o Caminho Crítico Médio é Inicio-A-B-C-E-F-J-L-N-Fim, com $\mu_p = 44$ e $\sigma_p{}^2 = 9$.

Assumindo ainda que a forma da distribuição de probabilidade para a duração total do projeto é igual à de uma distribuição **normal**, pode-se calcular a probabilidade de completar o projeto em *d* unidades de tempo.

Considerando *T* como a duração do projeto que possui distribuição normal com média μ_p e $\sigma_p{}^2$, o número de desvios-padrão pelo que d excede μ_p é:

$$z = \frac{d-\mu_p}{\sigma_p}$$

Portanto, utilizando uma tabela (apêndice) dos valores da distribuição normal padrão, a probabilidade de completar o projeto em *d* unidades de tempo é:

P ($T \leq d$) = 0,5 + P ($0 \leq x \leq z$), se $d \geq \mu_p$
P ($T \leq d$) = 0,5 - P ($z \leq x \leq 0$), se $d \leq \mu_p$
Exemplo
A probabilidade de completar o projeto antes de $d = 47$ semanas (sem pagar a penalidade) é:

$$z = \frac{d-\mu_p}{\sigma_p} = \frac{47-44}{3} = 1$$

P ($T \leq 47$) = 0,5 + P ($0 \leq x \leq 1$) ≈ 0,5 + 0, 341 ≈ 0,841

A área da figura 7 é aproximadamente 0,841.

Assim, a probabilidade de terminar o projeto em até 47 semanas é de 84,1%

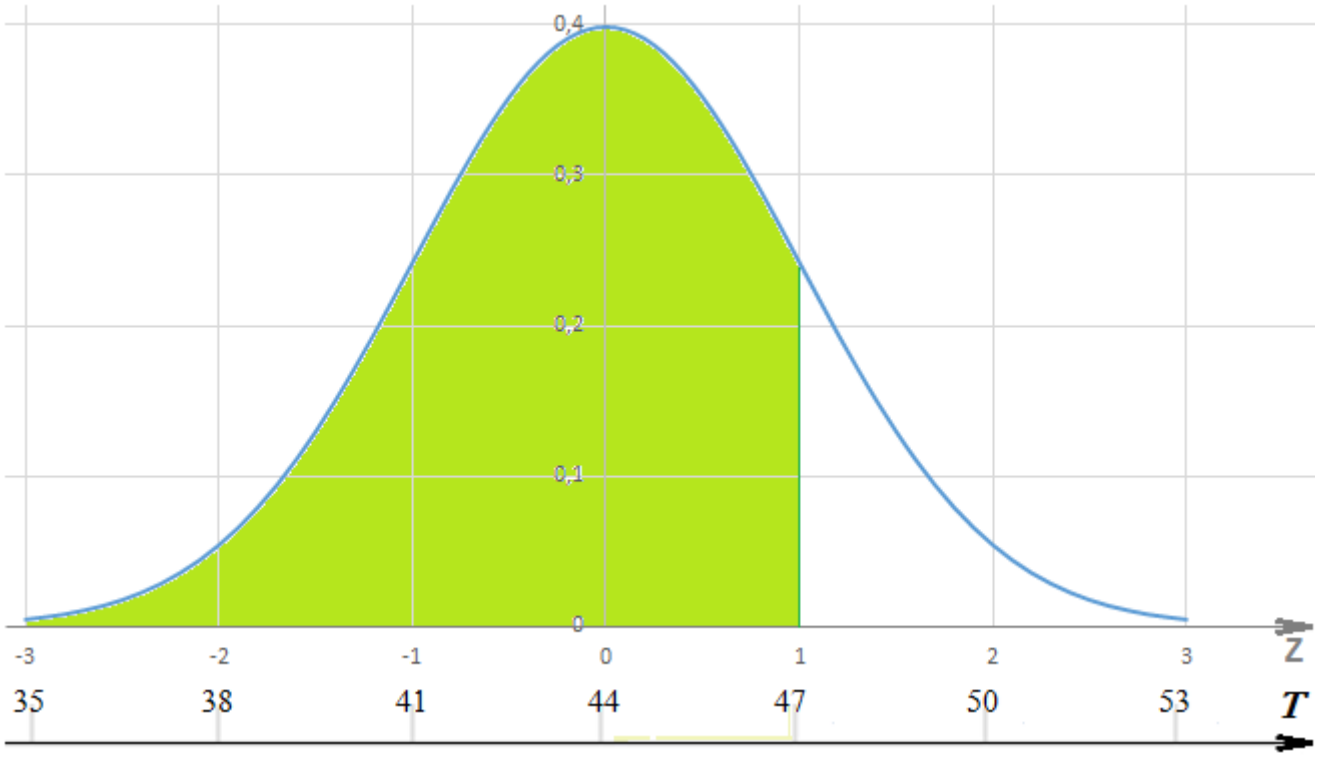


Fig. 7 - P(T ≤ 47)

Se $d = 40$ (ganhar o bônus), $z = -4/3$ e P $(T \leq 40) = 0{,}5$ - P $(-4/3 \leq x \leq 0) \approx 0{,}5 - 0{,}409 \approx 0{,}091$

Assim, a probabilidade de terminar o projeto em até 40 semanas é de 9,1% (ver figura 8).

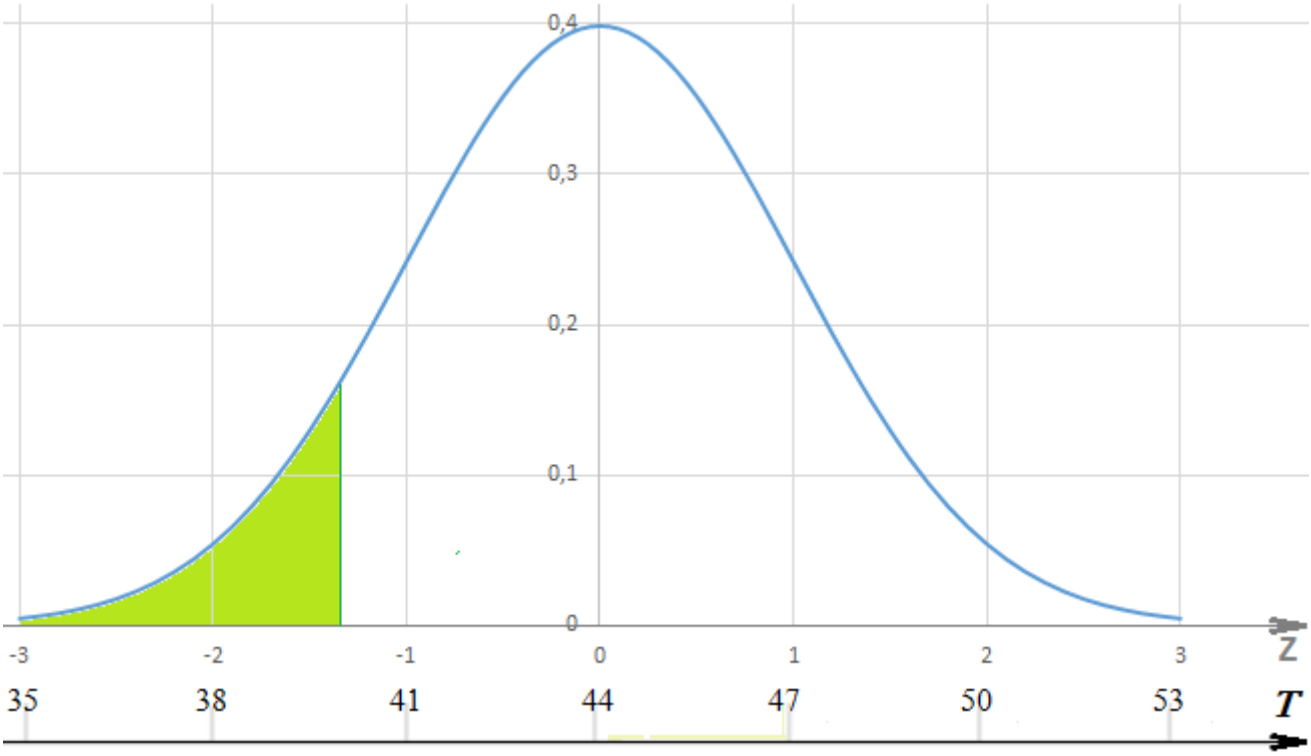


Fig. 8 - P(T ≤ 40)

4. Balanceando Tempo-Custo (*Trade-offs*)

De acordo com o contrato do projeto, existe um bônus de $150 mil se o projeto for concluído em até 40 semanas. Conforme o gráfico da figura 8, a probabilidade de terminar o projeto em até 40 semanas é em torno de 0,091, o que pode ser considerado "pouco provável".

No entanto, uma ou mais atividades podem ser "intensificadas" (***Crashed***) a fim de diminuir a duração da execução do projeto. Faz-se necessário então analisar quais atividades devem ser intensificadas para diminuir a duração da execução do projeto e também qual o custo que tal "intensificação" ocasionará. Obviamente, se o custo da intensificação for menor que $150 mil (valor do bônus do exemplo) esta deverá ser implementada.

A figura 9 mostra um exemplo de gráfico relacionando o Tempo (entre o **o**timista e o **p**essimista) e o Custo.

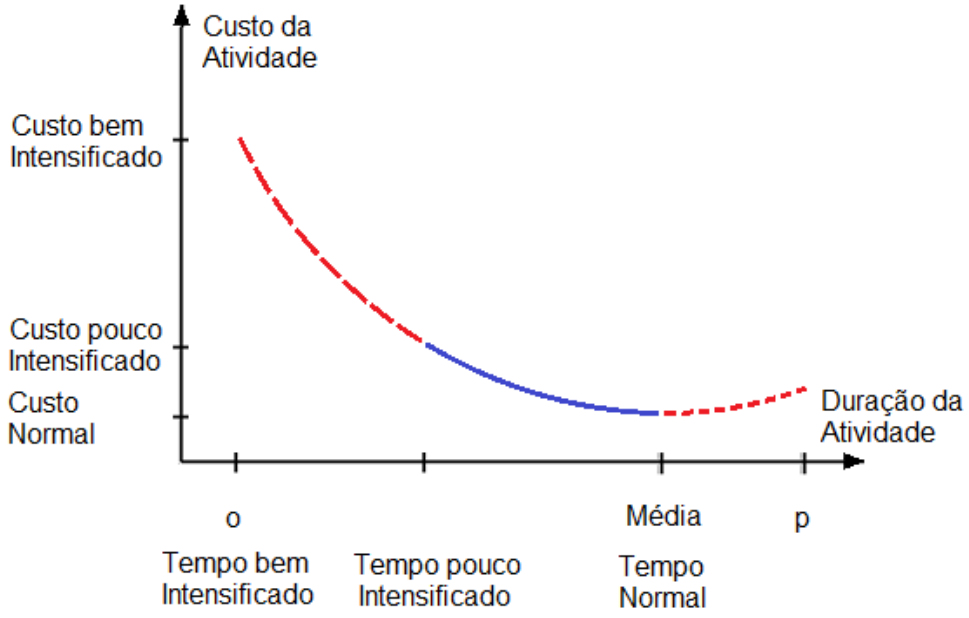


Fig. 9 - Gráfico típico da Relação Tempo-Custo.

Para pouca intensificação, a curva cheia da figura 9 pode ser considerada uma reta, como na figura 10.Uma vez que uma função retilínea é totalmente definida por dois pontos (no caso Normal e pouco Intensificado, como na figura 10) pode-se então determinar facilmente pontos intermediários (Tempos e Custos pouco intensificados) apenas como função dos pontos extremos "Normal" e "pouco Intensificado". Cabe ressaltar que para uma maior intensificação, também podemos considerar uma linha reta, porém, na maioria das vezes, mais vertical, tornando seus custos não atrativos.

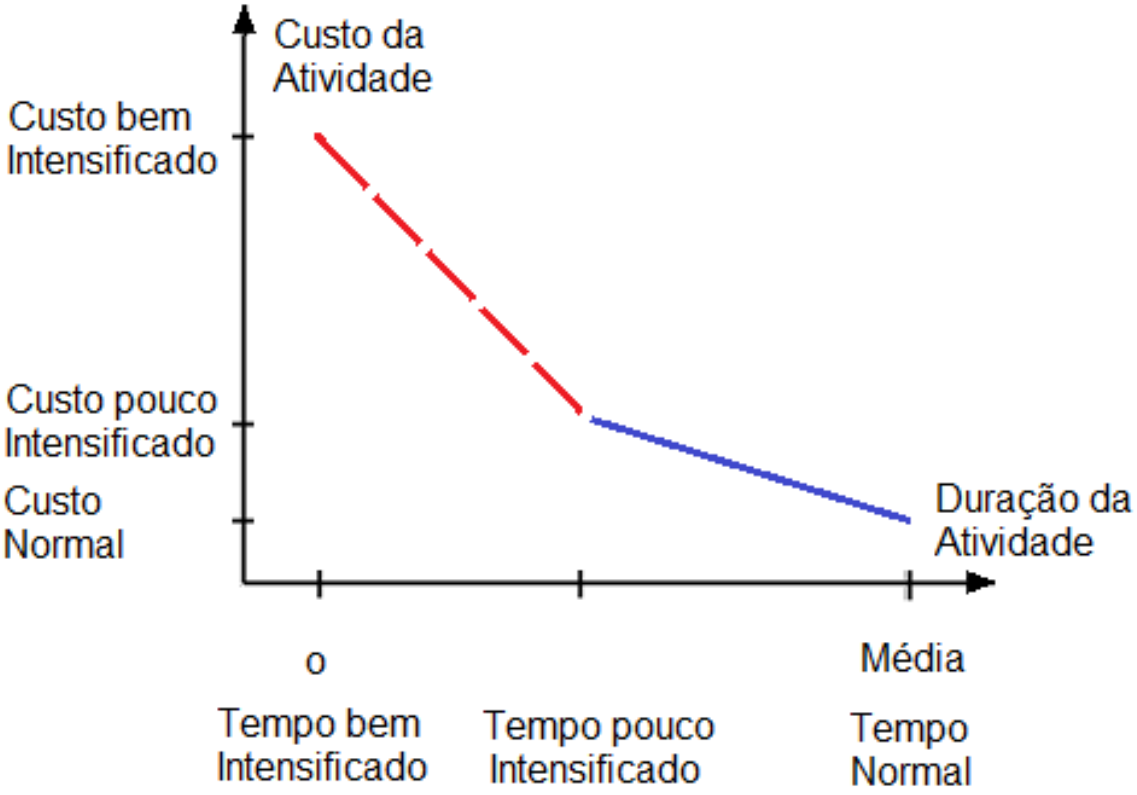


Fig. 10 - Gráfico da Relação Tempo-Custo Linearizado

Por exemplo, a atividade **J** (divisórias) possui um Custo Normal de **$430mil** para ser executada em **8 semanas**. No entanto, o responsável por essa atividade prevê que com trabalhadores adicionais e horas-extras pode reduzir sua duração para **6 semanas (**que é maior que o mínimo 3) a um custo razoável de $490 mil.

Então, tem-se para a atividade **J**:

Condições Normais ==> duração = 8 semanas e custo = $430 mil.
Condições Intensificadas ==> duração = 6 semanas e custo = $490 mil.
Redução Máxima em Tempo = 2 semanas

Custo Intensificado por semana reduzida = $\frac{\$490 - \$430}{2}$ = $30 mil/semana

A fim de decidir qual atividade deve ser intensificada, faz-se necessário a priori obter as Condições Normais e Intensificadas de todas as atividades. A tabela 5 traz estas informações.

A soma dos Custos Normais totaliza $4.550 mil e a soma dos Custos Intensificados totaliza $6.150 mil. Uma vez que a empreiteira irá ganhar $5.400 mil pela execução do projeto, intensificar totalmente todas as atividades é inviável.

Para a empreiteira somente será interessante intensificar uma ou mais atividades se o custo desta intensificação for menor que $150 mil, que é o bônus referente a entregar a obra em 40 semanas. Da mesma forma, para a empreiteira, a duração intensificada precisa ser igual ou menor que 40 semanas (para ganhar o bônus), no entanto, se a empreiteira concluir a obra em menos que 40 semanas não resultará em mais nenhum ganho extra. Portanto, o objetivo desse estudo é determinar se o custo para terminar o projeto em 40 semanas é menor que $150 mil.

Uma maneira de resolver este problema é através de **Análise de Custo Marginal**, que utiliza a última coluna da tabela 6 para determinar o caminho mais barato para reduzir a duração do projeto em 1 semana.

Inicialmente, a única maneira de reduzir a duração do projeto em 1 semana é reduzir a duração de alguma Atividade Crítica, uma vez que estas atividades não possuem folgas.
No entanto, reduzindo a duração de alguma Atividade Crítica pode resultar no surgimento de outro Caminho Crítico, pois alguma Atividade Não Crítica pode passar a ser Crítica.

Assim, pode-se concluir que a redução de alguma atividade por uma unidade de tempo deve sempre ser realizada sobre as Atividades Críticas.

Tabela 5 - Tempos e Custos Normais e Intensificados

	Tempo (semanas)			Custo ($)		Redução Máxima	Custo Intensificado
Atividade	Normal	Intensif.	Otimis.	Normal	Intensificada	(semanas)	por semana reduzida
A	2	1	1	180.000	280.000	1	100.000
B	4	2	2	320.000	420.000	2	50.000
C	10	7	6	620.000	860.000	3	80.000
D	6	4	4	260.000	340.000	2	40.000
E	4	3	1	410.000	570.000	1	160.000
F	5	4	4	180.000	220.000	1	40.000
G	7	5	5	900.000	980.000	2	40.000
H	9	6	5	200.000	380.000	3	60.000
I	7	5	3	210.000	270.000	2	30.000
J	8	6	3	430.000	490.000	2	30.000
K	4	4	4	160.000	160.000	0	0
L	5	3	1	250.000	350.000	2	50.000
M	2	1	1	100.000	200.000	1	100.000
N	6	5	5	330.000	390.000	1	60.000

No exemplo dado, para reduzir a duração do projeto de 44 semanas para 43 semanas deve-se reduzir a duração de alguma Atividade Crítica por 1 semana. Obviamente, a Atividade Crítica a ser reduzida sua duração deve ser aquela que possui menor Custo Intensificado por semana. As atividades Críticas são:

A-B-C-E-F-J-L-N

Dentre estas atividades a que possui menor Custo Intensificado ($30 mil) é a atividade J. Reduzindo a duração da atividade J, o Caminho A-B-C-E-F-J-L-N passa a ter 43 semanas de comprimento. Esta redução aumentou o custo do projeto em $30 mil, passando de $4.550 mil (Custo Normal) para $4.580 mil.

A tabela 6 mostra as atividades a serem intensificadas, onde cada linha representa reduzir a duração do projeto em uma semana. A primeira linha da tabela (sem Atividade Intensificada e Custo Intensificado) mostra os Comprimentos dos Caminhos para as Condições Normais (como a tabela 2). A segunda linha portanto, mostra que foi realizada uma redução de uma semana na atividade J. Esta redução, obviamente, afeta todos os Caminhos que contém a atividade J e não somente o Caminho Crítico. Para as demais linhas o raciocínio é análogo.

Tabela 6 - Análise de Custo Marginal

Atividade	Custo	Comprimento do Caminho (semanas)					
Intensificado		ABCDGHM	ABCEHM	ABCEFJKN	ABCEFJLN	ABCIJKN	ABCIJLN
-	-	40	31	43	**44**	41	42
J	$30 mil	40	31	42	**43**	40	41
J	$30 mil	40	31	41	**42**	39	40
F	$40 mil	40	31	40	**41**	39	40
F	$40 mil	**40**	31	39	**40**	39	**40**

Após a elaboração da tabela 6, observa-se que a redução da duração do projeto de 44 semanas para 40 semanas irá aumentar o custo do mesmo em $140 mil ($30 + $30 + $40 + $40).

Sendo o bônus de $150 mil e o Custo Intensificado de $140 mil, conclui-se que a Intensificação é viável, porém, um sobre-lucro de $10 mil não é algo muito significativo quando comparado ao lucro ($5.400 mil - $4.550 mil = $850 mil) que a empreiteira irá obter executando o projeto nas Condições Normais apenas. Além deste fato, um pequeno atraso em uma atividade devido às incertezas existentes nas estimativas dos Tempos e dos Custos Normais e Intensificados pode resultar em uma duração maior de que 40 semanas (e com isso, perdendo o bônus).

5. Gráficos Típicos

Os gráficos seguintes foram gerados utilizando o *MicroSoft Project*.

ID	Task Name	Start	Finish	Late Start	Late Finish	Free Slack	Total Slack
1	(A) Excavate	1/W1	5/W2	1/W1	5/W2	0 wks	0 wks
2	(B) Foundation	1/W3	5/W6	1/W3	5/W6	0 wks	0 wks
3	(C) Rough wall	1/W7	5/W16	1/W7	5/W16	0 wks	0 wks
4	(D) Roof	1/W17	5/W22	1/W21	5/W26	0 wks	4 wks
5	(E) Exterior Plumbing	1/W17	5/W20	1/W17	5/W20	0 wks	0 wks
6	(F) Interior Plumbing	1/W21	5/W25	1/W21	5/W25	0 wks	0 wks
7	(G) Exterior Siding	1/W23	5/W29	1/W27	5/W33	0 wks	4 wks
8	(H) Exterior Painting	1/W30	5/W38	1/W34	5/W42	0 wks	4 wks
9	(I) Electrical Work	1/W17	5/W23	1/W19	5/W25	2 wks	2 wks
10	(J) Wallboard	1/W26	5/W33	1/W26	5/W33	0 wks	0 wks
11	(K) Flooring	1/W34	5/W37	1/W35	5/W36	1 wk	1 wk
12	(L) Interior painting	1/W34	5/W38	1/W34	5/W38	0 wks	0 wks
13	(M) Exterior fixtures	1/W39	5/W40	1/W43	5/W44	4 wks	4 wks
14	(N) Interior fixtures	1/W39	5/W44	1/W39	5/W44	0 wks	0 wks

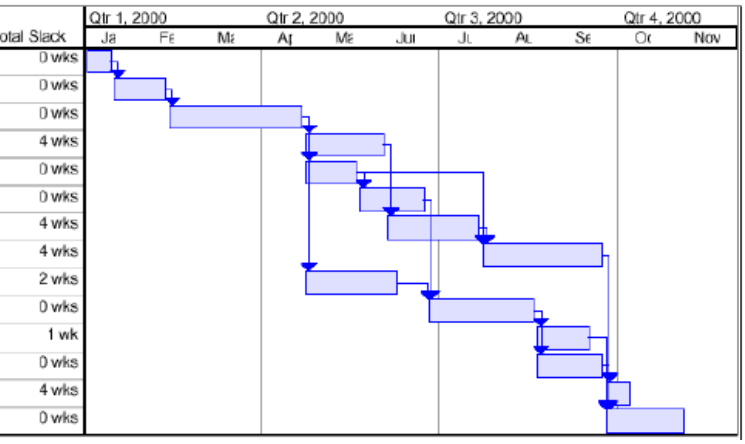


Fig. 11 - Diagrama de Gantt.

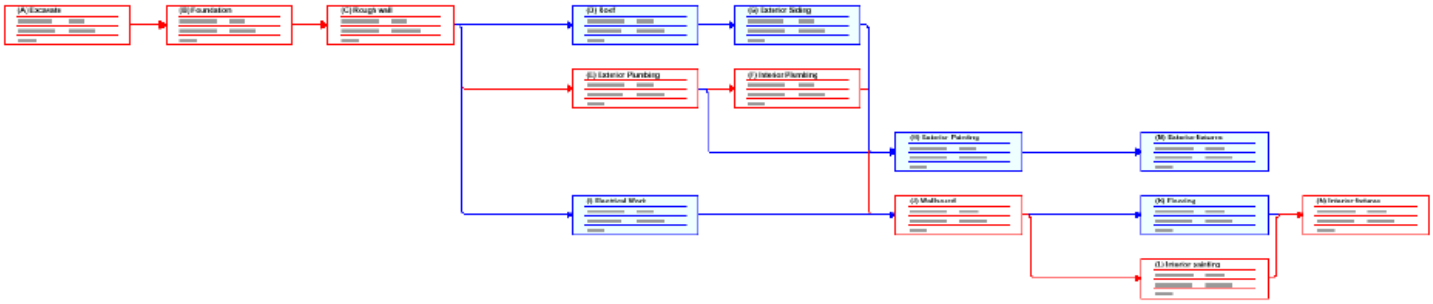


Fig. 12 - Diagrama da Rede (vermelho representa Atividades Críticas).

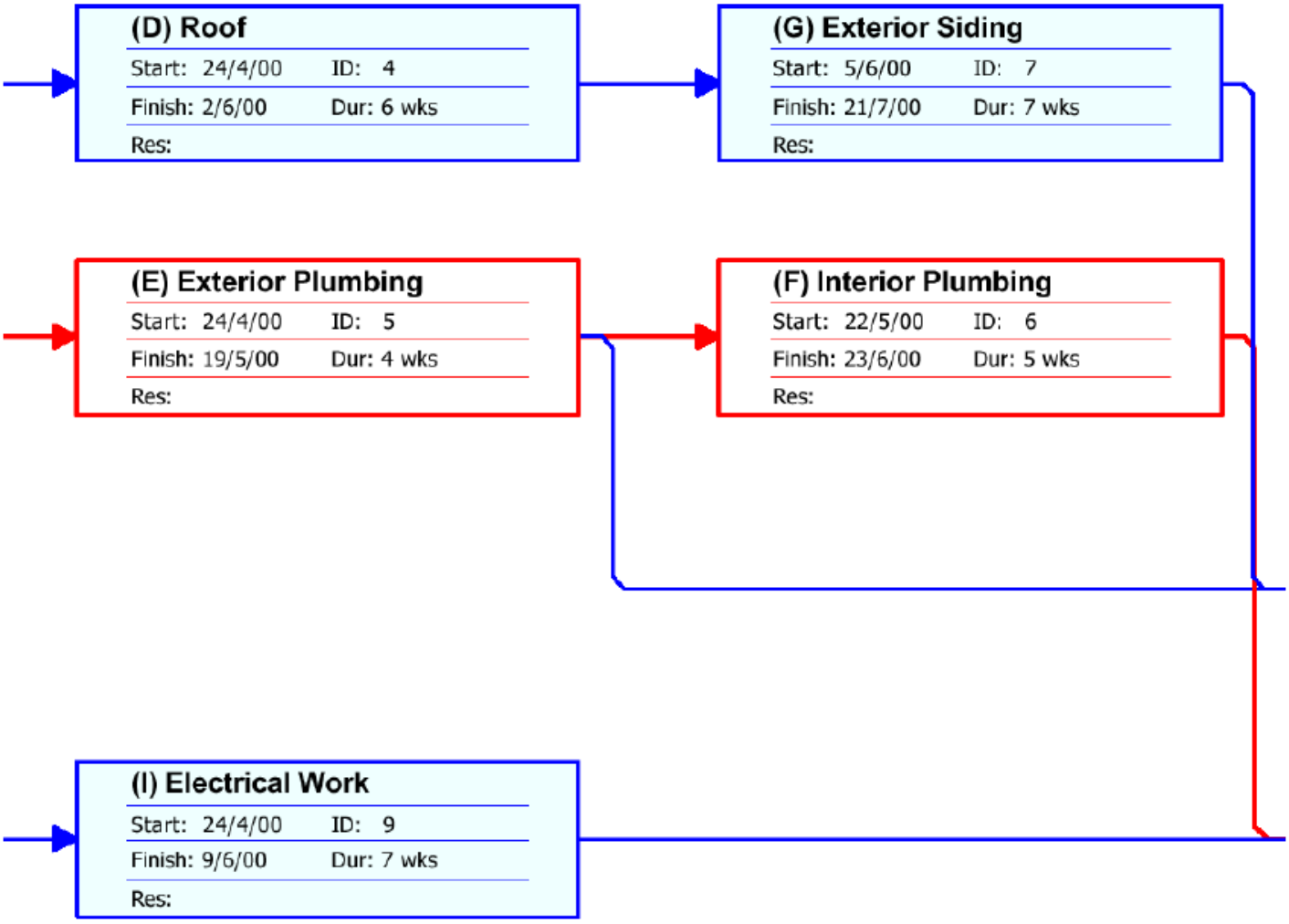


Fig. 13 - Detalhe ampliado do Diagrama da Rede da figura 12.

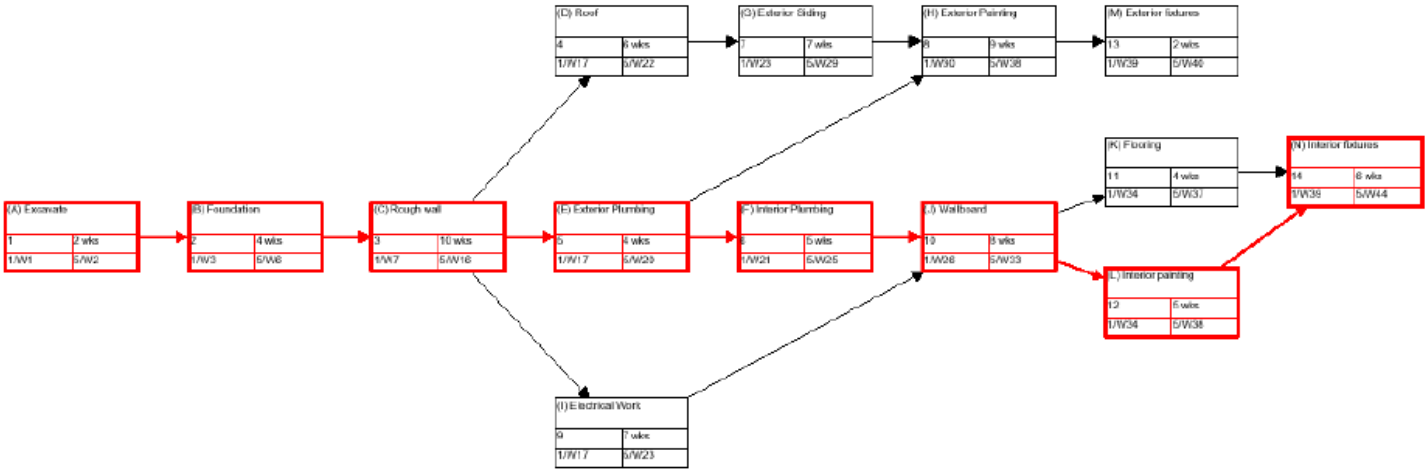


Fig. 14 - Diagrama PERT (vermelho representa Atividades Críticas).

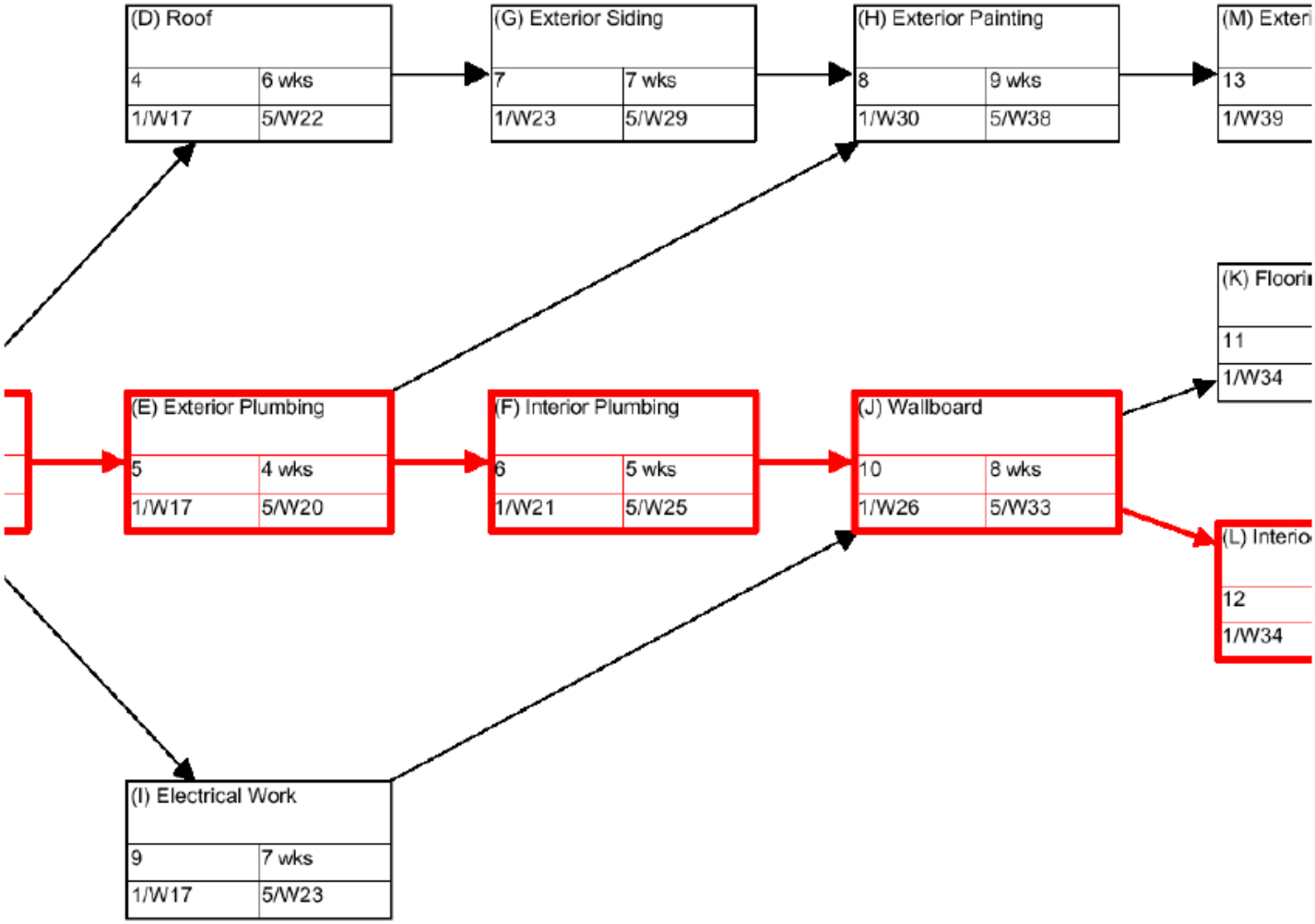


Fig. 15 - Detalhe ampliado do Diagrama da Rede da figura 14.

Nestes gráficos, além de aparecer a sequência das atividades com o início e o fim previstos, podemos ainda registrar, como históricos, o responsável pela atividade, o início e o fim realizados e outras informações pertinentes que poderão auxiliar nos próximos planejamentos.

Referências

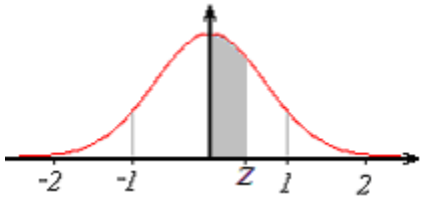
HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. Introdução à pesquisa operacional. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

Pesquisa Operacional - PERT/COM- Notas de Aula - Fernando Nogueira, acessado em 31/05/2014, http://www.ufrrj.br/codep/materialcursos/gerenciamento/gerenciamentotempo/CGP-GT_PERT_CPM_FernandoNogueira.pdf.

Apêndice

Tabela da Distribuição Normal

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^Z e^{\frac{-x^2}{2}}dx$$



Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0,2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,3	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,4	0,15542	0,15910	0,16276	0,16640	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0,5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,22240
0,6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,25490
0,7	0,25804	0,26115	0,26424	0,26730	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,28230	0,28524
0,8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1,0	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1,1	0,36433	0,36650	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1,3	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41309	0,41466	0,41621	0,41774
1,4	0,41924	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1,5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1,6	0,44520	0,44630	0,44738	0,44845	0,44950	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1,7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,46080	0,46164	0,46246	0,46327
1,8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1,9	0,47128	0,47193	0,47257	0,47320	0,47381	0,47441	0,47500	0,47558	0,47615	0,47670
2,0	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,48030	0,48077	0,48124	0,48169
2,1	0,48214	0,48257	0,48300	0,48341	0,48382	0,48422	0,48461	0,48500	0,48537	0,48574
2,2	0,48610	0,48645	0,48679	0,48713	0,48745	0,48778	0,48809	0,48840	0,48870	0,48899
2,3	0,48928	0,48956	0,48983	0,49010	0,49036	0,49061	0,49086	0,49111	0,49134	0,49158
2,4	0,49180	0,49202	0,49224	0,49245	0,49266	0,49286	0,49305	0,49324	0,49343	0,49361
2,5	0,49379	0,49396	0,49413	0,49430	0,49446	0,49461	0,49477	0,49492	0,49506	0,49520
2,6	0,49534	0,49547	0,49560	0,49573	0,49585	0,49598	0,49609	0,49621	0,49632	0,49643
2,7	0,49653	0,49664	0,49674	0,49683	0,49693	0,49702	0,49711	0,49720	0,49728	0,49736
2,8	0,49744	0,49752	0,49760	0,49767	0,49774	0,49781	0,49788	0,49795	0,49801	0,49807
2,9	0,49813	0,49819	0,49825	0,49831	0,49836	0,49841	0,49846	0,49851	0,49856	0,49861
3,0	0,49865	0,49869	0,49874	0,49878	0,49882	0,49886	0,49889	0,49893	0,49896	0,49900
3,1	0,49903	0,49906	0,49910	0,49913	0,49916	0,49918	0,49921	0,49924	0,49926	0,49929
3,2	0,49931	0,49934	0,49936	0,49938	0,49940	0,49942	0,49944	0,49946	0,49948	0,49950
3,3	0,49952	0,49953	0,49955	0,49957	0,49958	0,49960	0,49961	0,49962	0,49964	0,49965
3,4	0,49966	0,49968	0,49969	0,49970	0,49971	0,49972	0,49973	0,49974	0,49975	0,49976
3,5	0,49977	0,49978	0,49978	0,49979	0,49980	0,49981	0,49981	0,49982	0,49983	0,49983
3,6	0,49984	0,49985	0,49985	0,49986	0,49986	0,49987	0,49987	0,49988	0,49988	0,49989
3,7	0,49989	0,49990	0,49990	0,49990	0,49991	0,49991	0,49992	0,49992	0,49992	0,49992
3,8	0,49993	0,49993	0,49993	0,49994	0,49994	0,49994	0,49994	0,49995	0,49995	0,49995
3,9	0,49995	0,49995	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49997	0,49997

Fonte: o autor