Teoria das Filas

Características: ✓ Modelos de Chegada
✓ Modelos de Serviço
✓ Número de Atendentes
✓ Capacidade do Sistema
✓ Disciplinas das Filas

✓ Modelos de Chegada:
Representa o *tempo entre chegadas*. *Determinístico*,
Aleatório (com probabilidade conhecida)

✓ Modelos de Serviço:
Representa o *tempo de atendimento*. *Determinístico*,
Aleatório (com probabilidade conhecida)
se a *fila é única ou múltiplas* (ver ilustrações na página seguinte)

✓ Número de Atendentes:
em *série* (mais que um atendente por usuário, em estágios)
ou *paralelo* (cada usuário é completamente atendido por um só)

✓ Capacidade do Sistema:
Número máximo de usuários sendo *atendido*
ou na fila de *espera*

✓ Disciplinas das Filas:
Ordem em que é atendido o usuário. *Primeiro* a chegar é o *primeiro* a sair
Último a chegar é o *primeiro* a sair
Atendimento *aleatório*
Atendimento por *Prioridade*

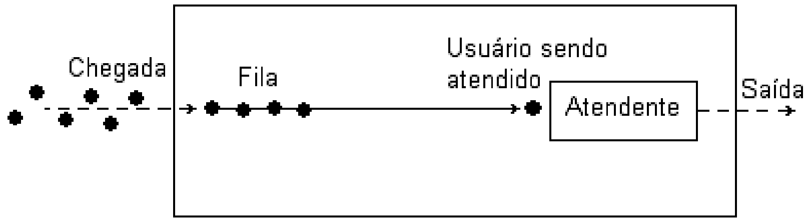
Notação de *Kendall*: v/w/x/y/z, onde v → Modelos de Chegada
w → Modelos de Serviço
x → Número de Atendentes
y → Capacidade do Sistema
z → Disciplinas das Filas

Características da fila	Símbolo	Significado
Tempo entre chegadas ou Tempo de atendimento	D M A G	Determinístico Exponencial (Poisson) Aleatório Outros
Disciplina na Fila	FIFO LIFO SIRO PRI GD	*Primeiro* a chegar é o *primeiro* a sair *Último* a chegar é o *primeiro* a sair Atendimento *aleatório* Atendimento por *Prioridade* *Outra Ordem*

Exemplo: Um sistema D/M/3/10/LIFO significa que a chegada é *determinística*, o tempo de atendimento é *exponencial*, com 3 *atendentes* e uma capacidade máxima de 10 *usuários*, sendo que o *último* a chegar é o *primeiro* a sair.

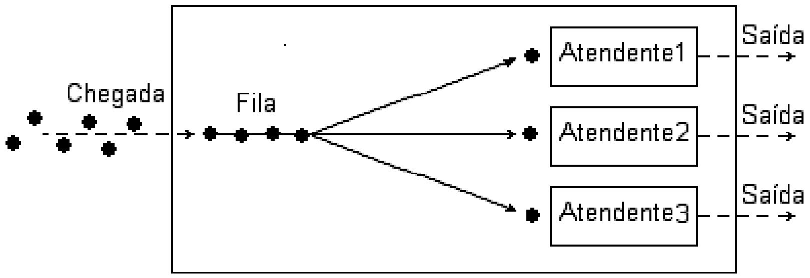
Ilustrações de tipos de atendimento em filas

a)



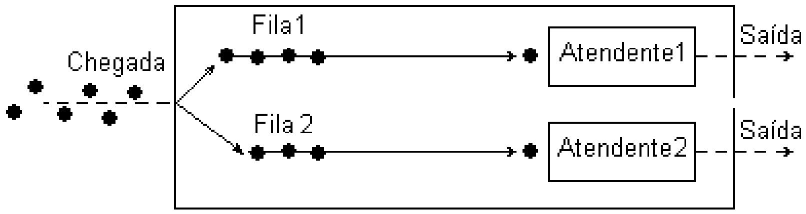
Fila única, atendente único

b)



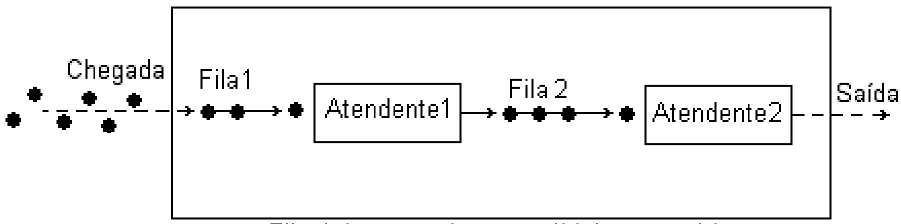
Fila única, atendentes múltiplos em paralelo

c)



Filas múltiplas, atendentes múltiplos em paralelo

d)



Fila única, atendentes múltiplos em série

A seguir, veremos as principais fórmulas relacionando as grandezas envolvidas.

Sistemas M/M/1

Sistema com *uma* fila

Chegada: *Exponencialmente* distribuída, com média = λ (*unid. / unid. tempo*)

Atendimento: *Exponencialmente* distribuído = μ (*unid. / unid. tempo*)

Se $\lambda \geq \mu$ então não ocorre a situação <u>*estacionária*</u>

Analisaremos, agora, a situação <u>*estacionária*</u> quando $\lambda < \mu$.

$\frac{1}{\lambda}$ = *tempo* médio entre chegadas na fila.

$\frac{1}{\mu}$ = *tempo* médio de atendimento.

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ = *ocupação* do sistema (probabilidade entre *0* e *1*).

$1 - \rho$ = probabilidade do sistema estar *vazio*.

$1 - \rho^2$ = probabilidade da fila estar *vazia*.

$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$ = *número* provável no <u>sistema</u>.

$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$ = *tempo* provável no <u>sistema</u>.

$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$ = *número* provável na <u>fila</u>.

$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$ = *tempo* provável na <u>fila</u>.

$L_n = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$ = *número* provável na <u>fila não vazia</u>.

$W_n = \frac{1}{\mu - \lambda}$ = *tempo* provável na <u>fila não vazia</u>.

$W(t) = e^{-t/W}$ = *probabilidade* de um usuário esperar mais que *t* unid. de tempo no <u>sistema</u>.

$W_q(t) = \rho\, e^{-t/W}$ = *probabilidade* de um usuário esperar mais que *t* unid. de tempo na <u>fila</u>.