

SOCIEDADE EDUCACIONAL DE SANTA CATARINA - UNISOCIESC

CENTRO UNIVERSITÁRIO TUPY – UNISOCIESC

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS E A SOLUÇÃO ANALÍTICA EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR SOBRE PLACAS PLANAS

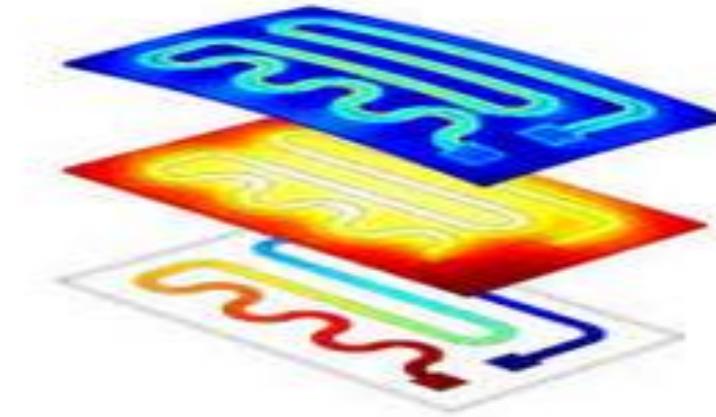
Por: Lauro Miranda Neto

Orientador: Dr Milton Procópio de Borba

Joinville, 07 de dezembro de 2015

Tema e delimitação

**Transferência de calor em
geometrias bidimensionais:
análise entre métodos,
numérico e analítico**



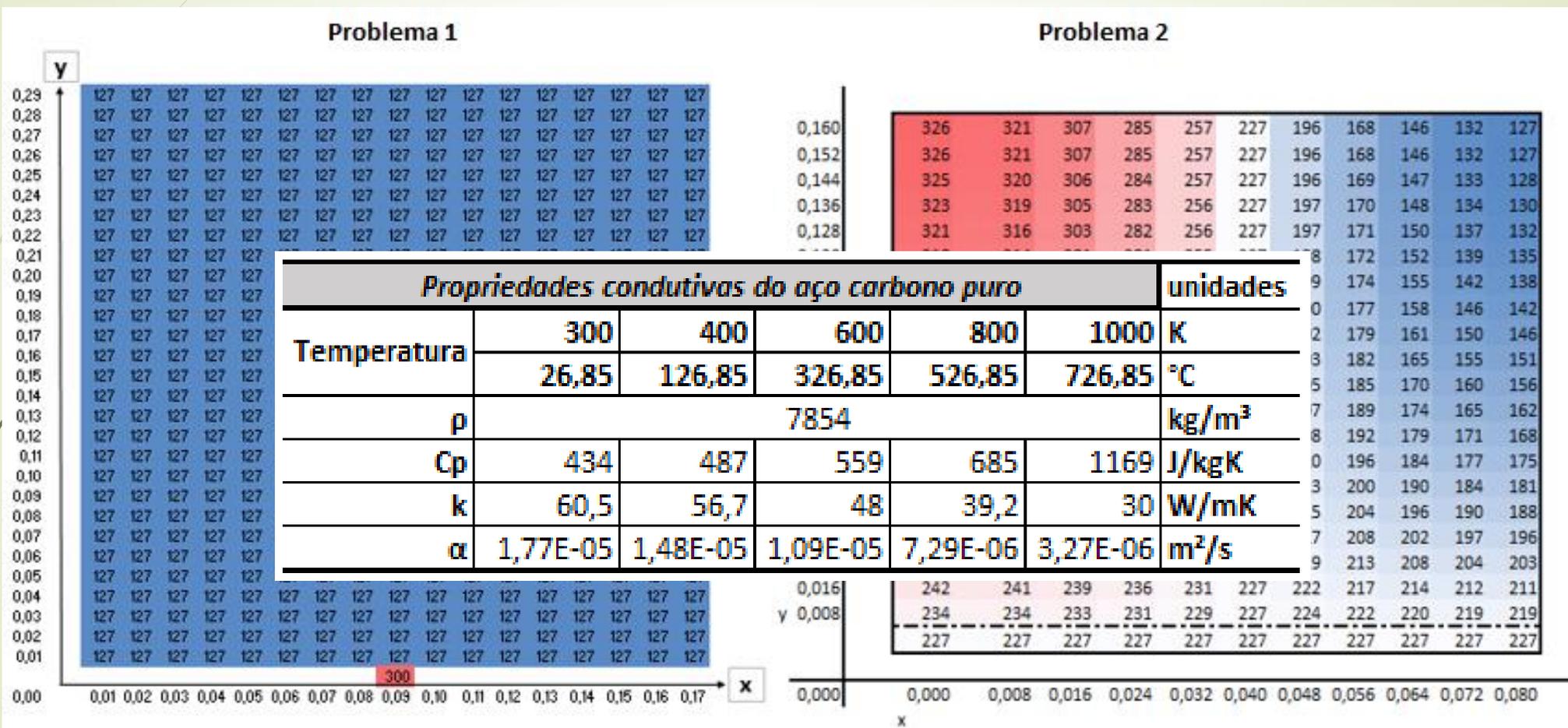
Problema

Propõe resolver os efeitos de transferência de calor em placas planas, por dois métodos:

- ✓ Numérico;
 - ✓ Diferença Finita.
- ✓ Analítico.
 - ✓ Modelo Físico de Transferência de calor.

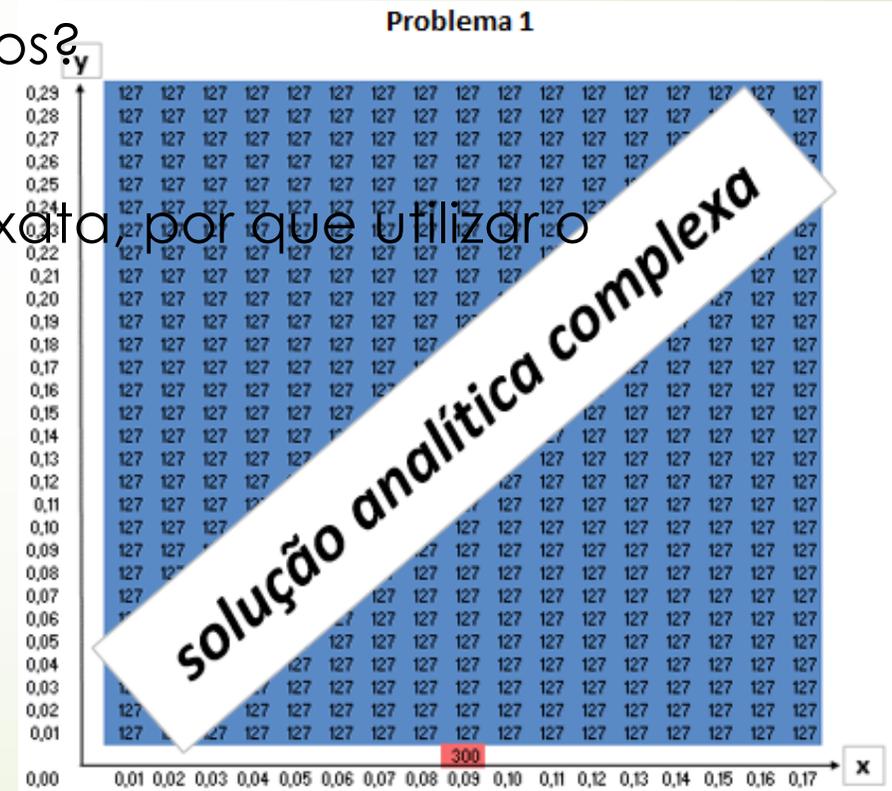
Realizar análise comparativa entre as resoluções.

Problema



Justificativa

- ✓ Quais as vantagens das simulações frente ao método experimental?
- ✓ Por que motivo comparar métodos?
- ✓ Sendo o analítico uma solução exata, por que utilizar o método numérico?



Objetivos

Resolver modelo físico de transferência de calor em placas planas em duas coordenadas por método numérico e analítico, além disto, prover um comparativo entre ambos a fim de compreender a eficácia entre os métodos

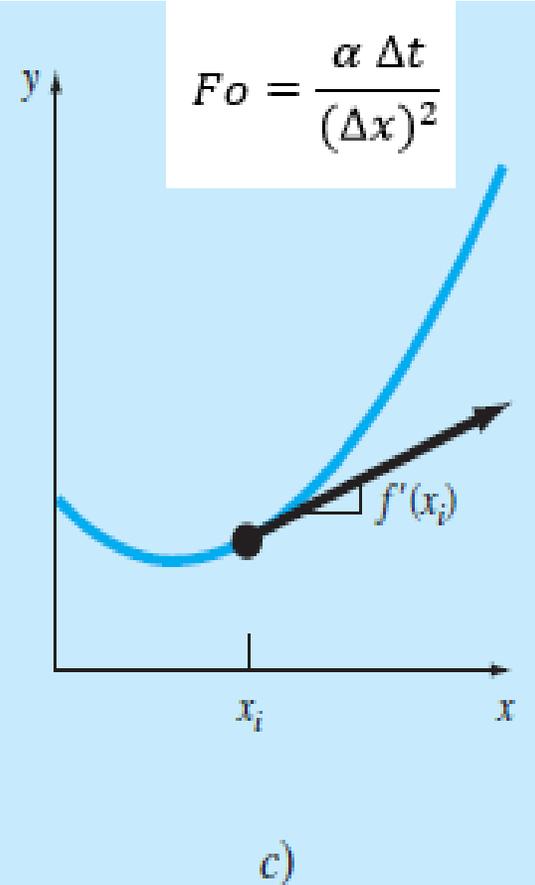
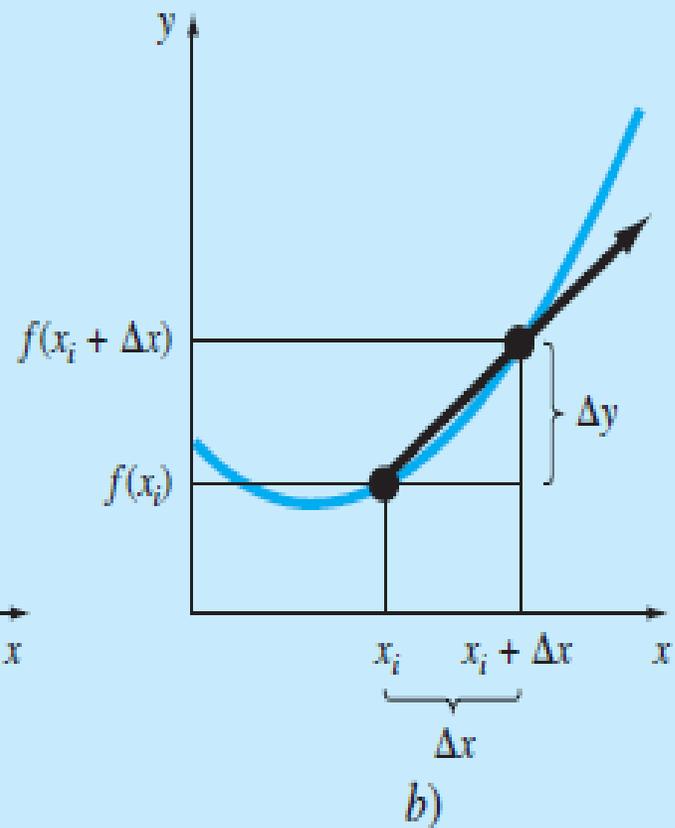
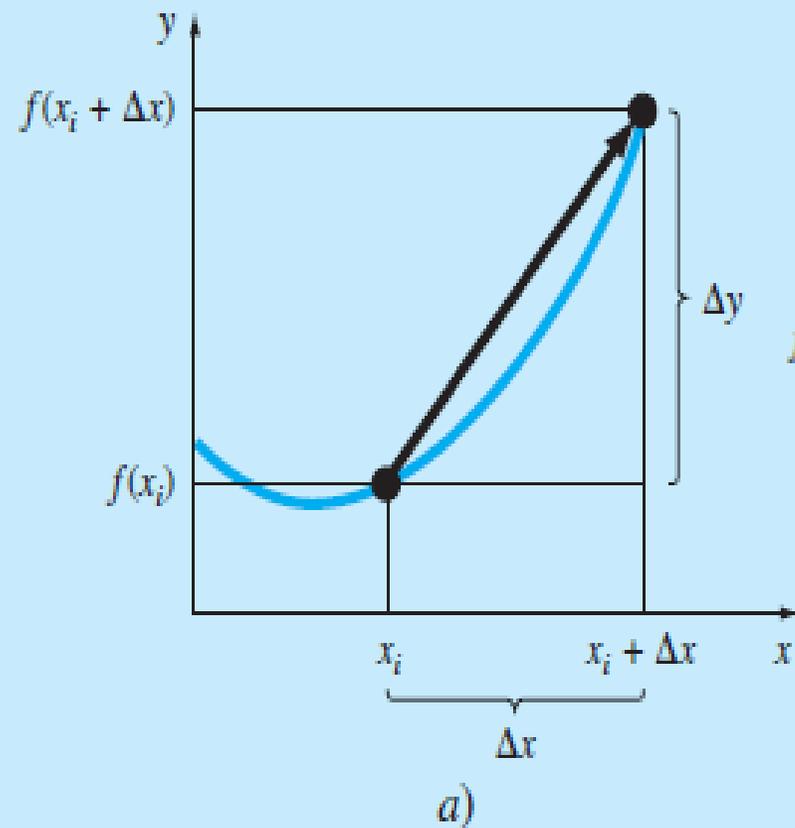
- ✓ Resolver o modelo físico apartir dos métodos;
- ✓ Realizar análise comparativa entre os métodos analíticos e numéricos.

Metodologia da pesquisa

A pesquisa de cunho técnico-científico, buscou resolver problemas de transferência de calor por meio de recurso computacional, onde utilizou-se dois métodos:

- ✓ Numérico;
 - ✓ diferença finita – por método explícito.
- ✓ Analítico;
 - ✓ Fourier

Análise dos dados



$$Fo = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}$$

Resultados

$$Temp\ ajustado = \left[-\cos\left(\frac{\pi \cdot y}{H}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot x}{2 \cdot L}\right) \cdot \text{desvio\ padrão} \right] + Temp\ Num \quad (47)$$

analítico
t= 30 s temperatura média= 227 °C
intervalo de confiança= 2 °C

0,160	252	251	247	241	234	227	219	212	206	202	201
0,152	252	250	247	241	234	227	219	212	206	203	201
0,144	251	250	247	241	234	227	219	212	206	203	202
0,136	251	250	246	241	234	227	219	212	207	203	202
0,128	251	249	246	241	234	227	219	212	207	204	202
0,120	250	249	245	240	234	227	219	213	208	204	203
0,112	249	248	245	240	233	227	220	213	208	205	204
0,104	248	247	244	239	233	227	220	214	209	206	205
0,096	247	246	243	239	233	227	220	214	210	207	206
0,088	246	245	242	238	232	227	221	215	211	208	207
0,080	244	243	241	237	232	227	221	216	212	210	209
0,072	243	242	240	236	232	227	221	217	213	211	210
0,064	241	241	239	235	231	227	222	218	214	212	212
0,056	240	239	237	234	231	227	222	219	216	214	213
0,048	238	237	236	233	230	227	223	220	217	216	215
0,040	236	236	234	232	229	227	224	221	219	217	217
0,032	234	234	233	231	229	227	224	222	220	219	219
0,024	232	232	231	230	228	227	225	223	222	221	221
0,016	230	230	230	229	228	227	225	224	223	223	223
0,008	228	228	228	228	227	227	226	225	225	225	225
0,000	0,000	0,008	0,016	0,024	0,032	0,040	0,048	0,056	0,064	0,072	0,080

numérico
t= 30 s temperatura média= 227 °C
intervalo de confiança= 4 °C

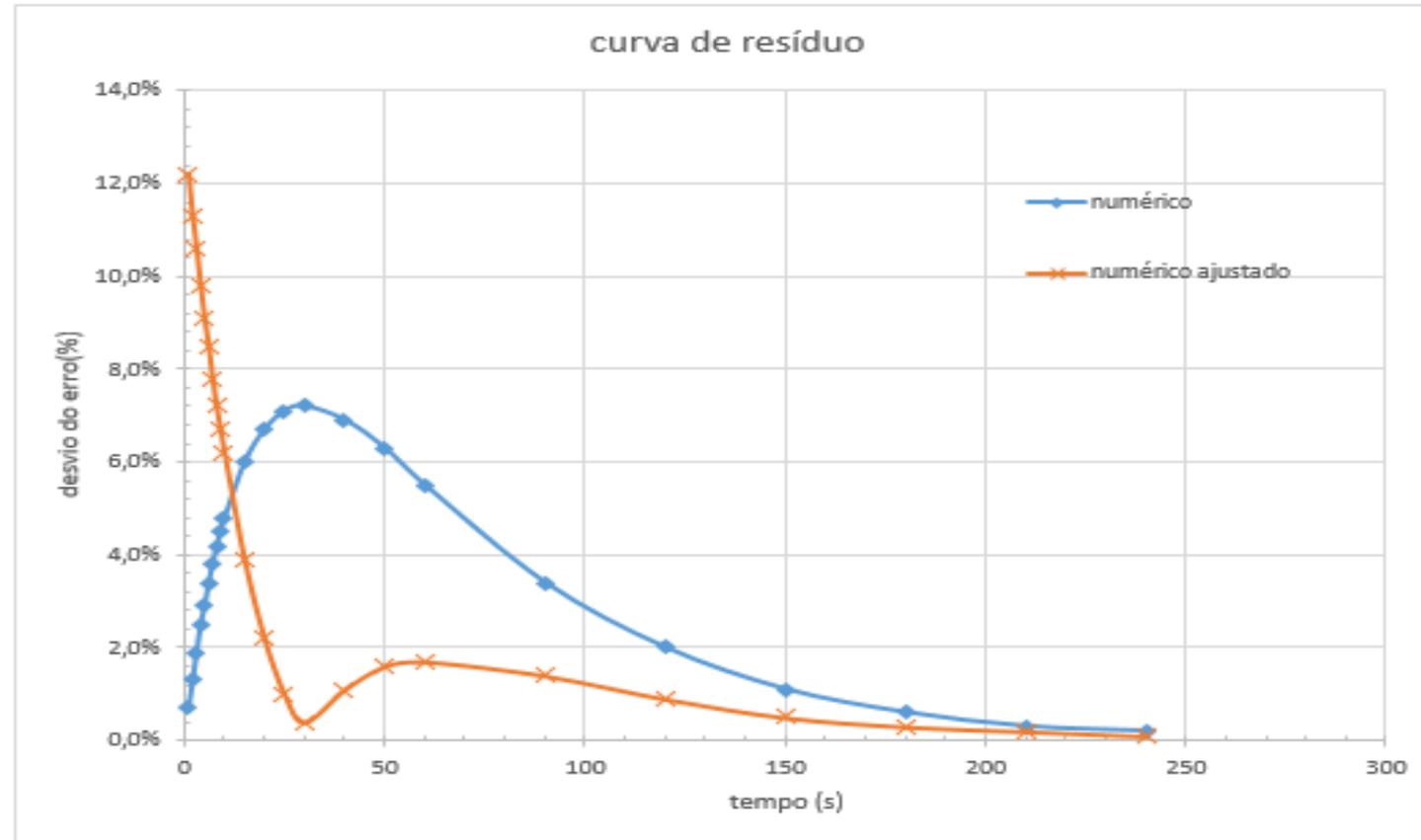
0,160	283	278	269	257	243	227	210	196	184	175	170
0,152	282	278	269	257	242	227	211	196	184	176	171
0,144	282	277	269	257	242	227	211	196	184	176	171
0,136	281	276	268	256	242	227	211	197	185	177	172
0,128	280	275	267	256	242	227	211	197	186	178	173
0,120	278	274	266	255	241	227	212	198	187	179	175
0,112	276	272	264	254	241	227	212	199	189	181	177
0,104	274	270	263	252	240	227	213	201	190	183	179
0,096	272	268	261	251	239	227	214	202	192	185	181
0,088	269	265	259	250	239	227	214	203	194	188	184
0,080	266	263	257	248	238	227	215	205	196	190	187
0,072	263	260	254	246	237	227	216	207	199	193	190
0,064	259	257	252	244	236	227	217	209	201	196	194
0,056	256	253	249	242	235	227	218	211	204	200	197
0,048	252	250	246	240	234	227	219	213	207	203	201
0,040	248	246	243	238	233	227	220	215	210	207	205
0,032	244	242	240	236	231	227	222	217	213	211	209
0,024	240	238	236	234	230	227	223	219	217	215	213
0,016	235	235	233	231	229	227	224	222	220	218	218
0,008	231	231	230	229	228	227	225	224	223	222	222
0,000	0,000	0,008	0,016	0,024	0,032	0,040	0,048	0,056	0,064	0,072	0,080

desvio padrão= 29,0 °C
temperatura com ajuste

0,160	254	251	246	240	234	227	219	213	207	202	199
0,152	253	250	246	240	233	227	220	213	207	203	200
0,144	253	250	246	240	233	227	220	213	207	203	200
0,136	253	250	245	240	233	227	220	213	208	203	200
0,128	252	249	245	239	233	227	220	214	208	204	201
0,120	251	248	244	239	233	227	220	214	209	205	202
0,112	250	248	244	238	233	227	220	215	209	205	203
0,104	249	247	243	238	232	227	221	215	210	206	204
0,096	248	246	242	237	232	227	221	216	211	207	205
0,088	247	245	241	237	232	227	221	216	212	208	206
0,080	245	243	240	236	231	227	222	217	213	210	208
0,072	244	242	239	235	231	227	222	218	214	211	209
0,064	242	240	238	234	231	227	222	219	215	213	211
0,056	240	239	236	234	230	227	223	219	217	214	213
0,048	239	237	235	233	230	227	223	220	218	216	214
0,040	237	236	234	232	229	227	224	221	219	217	216
0,032	235	234	232	231	229	227	224	222	221	219	218
0,024	233	232	231	230	228	227	225	223	222	221	220
0,016	231	230	229	229	228	227	225	224	224	223	222
0,008	229	228	228	228	227	227	226	225	225	225	224
0,000	0,000	0,008	0,016	0,024	0,032	0,040	0,048	0,056	0,064	0,072	0,080

Resultados

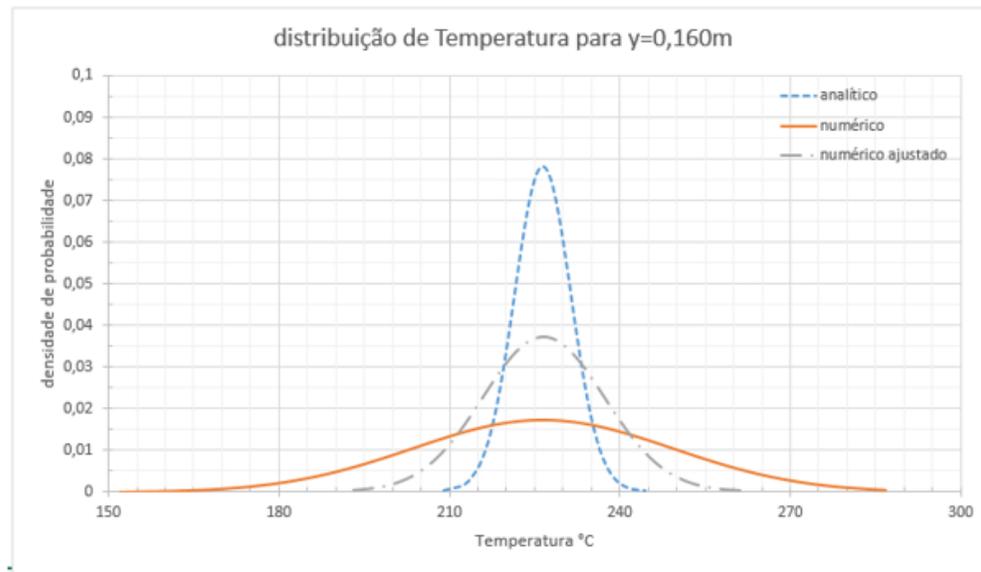
Gráfico 1– Análise de resíduo dos métodos numérico e numérico ajustado.



Fonte: O autor (2015)

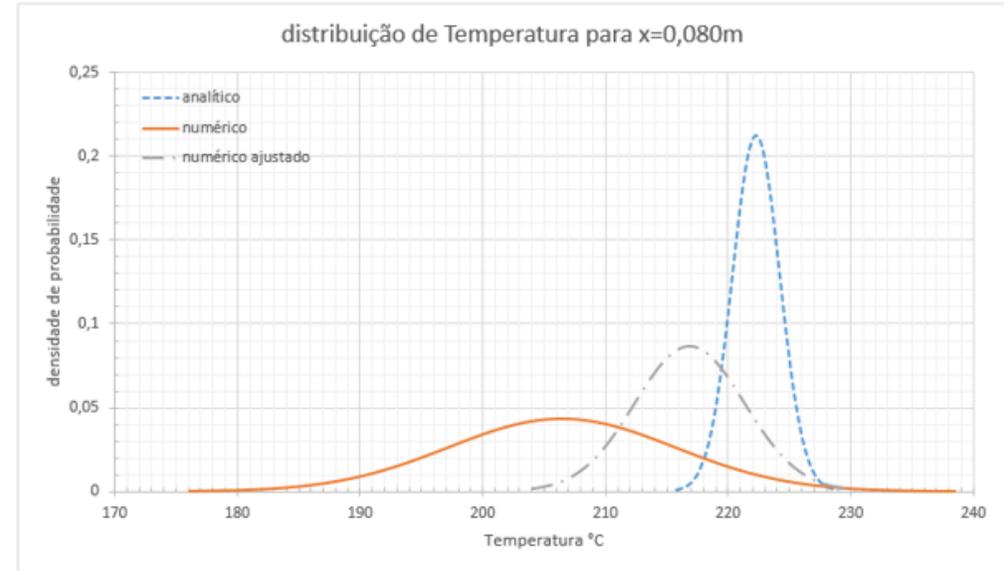
Resultados

Gráfico 4- Análise de distribuição de temperatura para $t=60s$ e $y=0,160m$.



Fonte: O autor (2015)

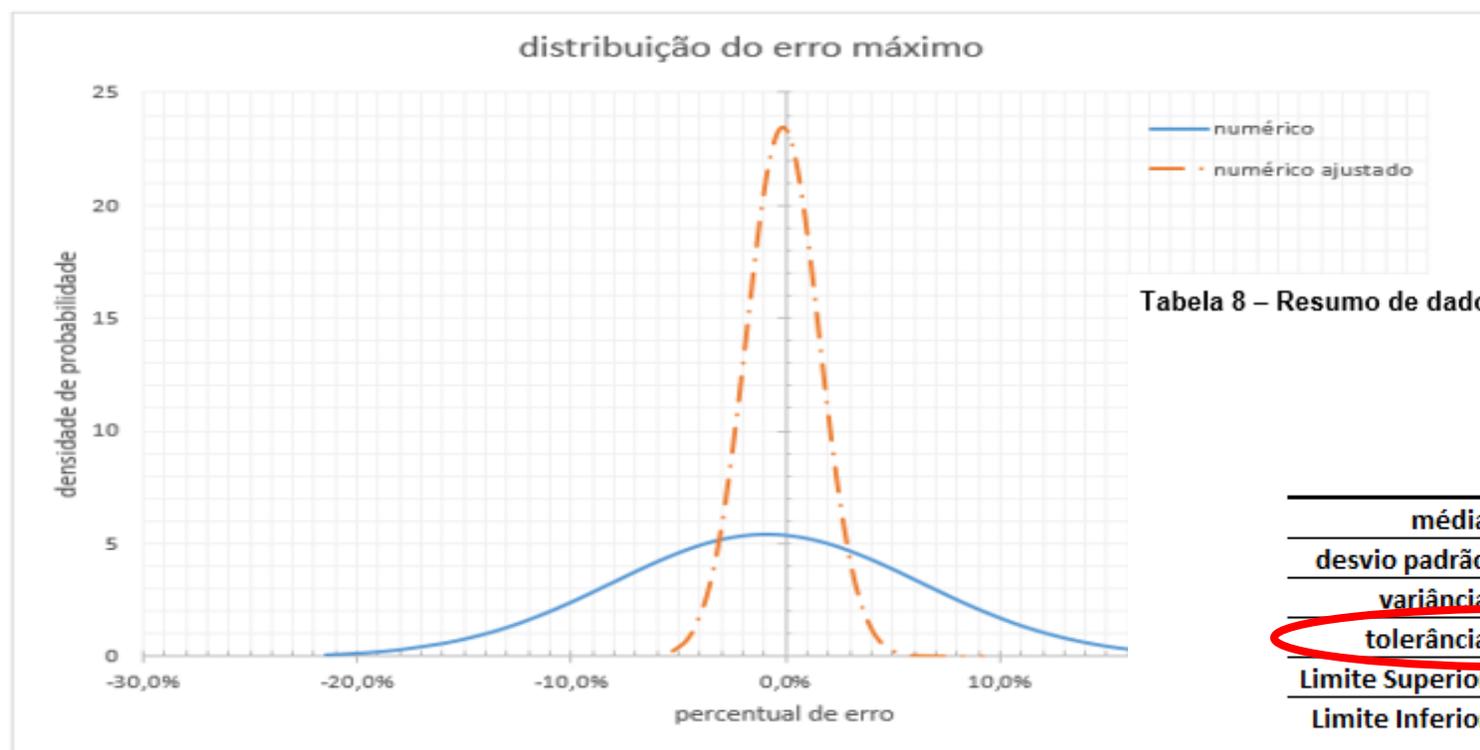
Gráfico 5 – Análise de distribuição de temperatura para $t=60s$ e $x=0,080m$.



Fonte: O autor (2015)

Resultados

Gráfico 6 – Análise de distribuição de resíduo para $t > 10\%$ total.



Fonte: O autor (2015)

Tabela 8 – Resumo de dados de determinação de tolerância

	numérico	numérico ajustado
média	-0,9%	-0,1%
desvio padrão	7,2%	1,7%
variância	0,5%	0,0%
tolerância	21,6%	5,1%
Limite Superior	20,7%	5,0%
Limite Inferior	-22,5%	-5,2%

Fonte: O Autor (2015)

6 sigmas ->

99,99966%

Conclusão

Para modelos de transferência de calor bi-dimensionais o método de diferença finita possui estabilidade e precisão nos resultados dependendo dos parâmetros de entrada e condições de contorno. Embora estes resultados possuam esta dependência, esta pesquisa foi capaz de estimar tolerâncias críticas a partir de uma geometria definida e os maiores variações de temperatura em cada coeficiente de transferência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barbeta, Pedro A.; Reis, Marcelo M.; Borna, Antonio C. **Estatística para Cursos de Engenharia e Informática**. 2. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2008.

Chapra, Steven C.; Canale, R. P. **Métodos Numéricos para Ingenieros**. 5. ed. México: McGraw-Hill, 2007.

Çengel, Yunus A. **Transferência de Calor e Massa: Uma Abordagem Prática** 3. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

Franco, Neide B. **Cálculo Numérico**. 1. ed. São Paulo: Pearson, 2008.

Gilat, Amos; Subramaniam, Vish. **Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas**. 1. ed. São Paulo: Bookman, 2008.

Incropera, F. P. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

Kreith, Frank., Bohn, Mark S. **Princípios da Transmissão de Calor**. 6. ed. São Paulo: Thompson Learning LTDA, 2003.

Kreith, Frank. **Princípios da Transmissão de Calor**. 3. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA, 1977.

Levine, David M.; Stephan, David; Krehbiel, Timothy C.; Berenson, Mark L.; **Estatística - Teoria e Aplicação: Usando o Microsoft Excel em Português**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

Montgomery, Douglas C.; Runger, George C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

Welty, J. R., Wicks, C. E., Wilson, R. E., & Rorrer, G. L. **Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer**. 5. ed. Corvallis: John Wiley & Sons, Inc, 2008.



Obrigado