

# PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA AO GERENCIAMENTO DE PROJETOS

**Marcio Briesemeister (UNISOCIESC )**

marcio\_bri@ig.com.br

**Milton Procopio de Borba (UNISOCIESC )**

milton\_borba@terra.com.br



*Este trabalho tem como objetivo demonstrar a possibilidade de aplicação da programação matemática para a solução de problemas de estimativas de tempo, custo e alocação de recursos em gerenciamento de projetos, usando o desenvolvimento de um modelo que possibilite a eficiente utilização de dados históricos de projetos de um fabricante de ônibus. Foi realizada uma breve revisão bibliográfica sobre gerenciamento de projetos focada na utilização de dados históricos para geração de estimativas e ferramentas de programação matemática: programação linear, programação inteira e programação não linear. A metodologia empregada foi baseada nas fases de estudo de problemas de pesquisa operacional: identificação do problema, estudo do problema, construção do modelo, resolução do modelo, validação do modelo e implementação do modelo. As ferramentas utilizadas na metodologia foram o Solver do MS-Excel e o Maple. Para a obtenção dos objetivos do estudo, o emprego do Solver apresentou limitações, sobre tudo com relação ao elevado número de restrições do modelo, mesmo após uma considerável*

*redução do número de tarefas e recursos. Já com o emprego do Maple, os objetivos do estudo foram plenamente atingidos, mesmo após um elevado tempo de processamento atribuído à complexidade do problema para obtenção das soluções.*

*Palavras-chaves: Gerenciamento de projetos. Pesquisa operacional. Programação linear. Programação inteira. Programação não linear.*

## 1 Introdução

O presente artigo tem como tema a programação matemática aplicada à geração de estimativas em gerenciamento de projetos e aborda o desenvolvimento de um modelo de aplicação da programação matemática para a geração de estimativas de tempo e custo, utilizando dados históricos de projetos de um departamento de engenharia de produto de uma fabricante de carrocerias de ônibus.

A elaboração do estudo é motivada pela observação e experiência em relação ao problema de planejamento do tempo e custo em gerenciamento de projetos, onde, no ambiente de engenharia, especialmente na elaboração de projetos, são geradas muitas informações, que poucas vezes são convertidas em conhecimento que auxilia de forma eficiente e assertiva no processo de elaboração de estimativas de tempo e custo para novos projetos.

No que diz respeito a projetos de carrocerias de ônibus, por se tratar de um produto feito sob encomenda, o tempo estabelecido para efetuar um novo projeto é demasiadamente reduzido, não sendo levados em consideração dados históricos que possibilitem estabelecer um cronograma realista considerando os recursos escassos.

De acordo com Gray e Larson (2009, p. 119), os gestores reconhecem que estimativas de tempo, custos e recursos, que necessitam ser precisos para que o planejamento, programação e controle sejam, de fato, efetivos. Desta forma, os prejuízos decorrentes de retrabalhos em projetos e mesmo no produto em processo são radicalmente minimizados.

Diante disso, o estudo se justifica de várias formas, a primeira em função de utilizar informações históricas de projetos através de um modelo que auxilie efetivamente no processo de obtenção de estimativas de tempo, custo e alocação de recursos em novos projetos. Segundo Berssaneti, Carvalho e Muscat (2012), a utilização de um banco de dados de informações históricas de projetos, representa um modelo de maturidade em gerenciamento de projetos.

A segunda se refere à eficiente alocação de recursos, a programação linear é a ferramenta adequada para solução do problema. Segundo Andrade (2009, p.26), problemas de alocação

de recursos apresentam as seguintes características: existência de um objetivo que possa ser explicado em termos das variáveis de decisão do problema; existência de restrições à aplicação dos recursos, tanto com relação às quantidades disponíveis como pela maneira de empregá-los.

Desta forma, o desenvolvimento do modelo contribui efetivamente para o planejamento de novos produtos, colaborando para que as práticas de gerenciamento de projetos de carrocerias de ônibus sejam consideradas “boas práticas” dentre as organizações existentes neste segmento.

Em suma, a pesquisa é composta pelas seguintes etapas: referencial teórico, onde são apresentadas as bases científicas para a elaboração do modelo, o qual é composto por conceitos de estimativas em gerenciamento de projetos e pesquisa operacional; metodologia de pesquisa, onde são demonstradas as diversas etapas para a obtenção dos objetivos esperados e por último são apresentados os resultados obtidos com o presente trabalho.

## **2 Referencial teórico**

Nesta sessão, são apresentadas as bases científicas que servirão de referência para a fundamentação do presente estudo. São introduzidos os seguintes conceitos: estimativas em gerenciamento de projetos e pesquisa operacional, contemplando a programação matemática.

### **2.1 Estimativas em gerenciamento de projetos**

Segundo o PMBOK (2008), o processo de elaborar as estimativas de tempos e custos está inserido no grupo de planejamento do projeto, juntamente com a alocação dos recursos para a realização das atividades.

Segundo Gray e Larson (2009), o desejo de quem trabalha com projetos é maximizar a probabilidade de atingir as estimativas de tempo e custo. Experiências de projetos anteriores é um bom ponto de partida para iniciar a desenvolver tais estimativas. Estimativas vividas

anteriormente devem quase sempre ser refinadas por outras considerações para chegar ao nível máximo de probabilidade. Fatores relacionados à singularidade do projeto influenciarão consideravelmente na exatidão das estimativas. Todos os fatores externos, relacionados ao projeto e às pessoas, precisam ser considerados a fim de melhorar a qualidade das estimativas.

Os seguintes fatores tem influência na qualidade das estimativas em gerenciamento de projetos: horizonte de planejamento; duração do projeto; pessoas; estrutura e organização do projeto; estimativas amortecedoras; cultura organizacional e outros fatores. A melhor forma de aprimorar as estimativas é a criação de um banco de dados de projetos, essa prática fornece uma boa base de conhecimento, além de ser a melhor prática dentre organizações líderes em gerenciamento de projetos (GRAY; LARSON, 2009).

## 2.2 Pesquisa operacional

A Pesquisa Operacional (PO) é um ramo da matemática aplicada destinada a resolver problemas de decisão. Faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos que auxiliam na resolução de problemas complexos do mundo real, tipicamente com o objetivo de melhorar ou otimizar o desempenho.

Seja na indústria como na área de serviços, a complexidade dos sistemas requerem decisões assertivas, pois refletem em performance e utilização eficiente dos recursos disponíveis. Desta forma, pode-se afirmar que a PO é a abordagem científica para a tomada de decisões.

A modelagem de um problema para ser resolvido através da PO requer uma considerável habilidade de abstração, ou seja, observar devidamente o problema e convertê-lo em um modelo matemático. É necessário que o modelador tenha uma relativa habilidade tanto da matemática como na área de conhecimento em que a modelagem é aplicada.

Conforme Santos; Junior e Bouzada (2012, p. 202), a modelagem de um problema complexo consiste bem mais em arte do que ciência. É possível seguir orientações básicas e um roteiro genérico disponível na literatura especializada, mas, quando a complexidade do problema é

elevada, será necessário fazer um bom uso da criatividade do modelador de forma que os objetivos estabelecidos sejam plenamente alcançados.

De acordo com Passos (2008), os ramos de atuação da PO são diversos, dependendo da natureza e do tipo de problema, existem diferentes técnicas de abordagem envolvendo a modelagem matemática do problema. As vertentes mais difundidas da PO são: Programação linear; programação inteira; programação dinâmica; teoria das filas; teoria dos grafos; simulação e teoria dos jogos.

### **3 Metodologia da pesquisa**

Nos tópicos a seguir são apresentadas as etapas para a construção do modelo desde a compilação das informações históricas até o processo de desenvolvimento e resolução do modelo.

#### **3.1 Informações históricas**

As informações históricas utilizadas para a alimentação do modelo foram retiradas do banco de dados da engenharia do produto de uma empresa fabricante de carrocerias de ônibus, contendo registros datados entre setembro de 2002 a agosto de 2012, totalizando assim, aproximadamente 10 anos de histórico de projetos.

Utilizando o conhecimento em projeto de carrocerias de ônibus e juntamente com as informações na base de dados, foi construída a relação de tarefas necessárias para a realização de um projeto genérico de carroceria modelo rodoviário conforme é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 - Relação de tarefas

Tarefas		Abrev.	Pred.	Recursos						
1	ESTUDO 1	A	INÍCIO		R1	R2	R3	R4		
				Média	29	31	30	32		
2	ESTUDO 2	B	A		R1	R2	R3	R4		
				Média	29	31	30	32		
* * *				* * *						
41	MONT. CABOS BATERIAS	AO	B		R27	R28				
				Média	18	19				
42	MONT. MÓDULOS ELETRÔN.	AP	INÍCIO		R27	R28				
				Média	18	19				

Fonte: Os autores (2013)

Para cada uma das 42 tarefas relacionadas, existe entre 1 a 6 opções de recursos para a execução da mesma. No total foram selecionados 28 colaboradores que estavam aptos para contribuir para a realização do projeto. Cada opção disponível possui um diferente histórico de desempenho na execução de cada tarefa à qual está habilitado realizar, bem como um custo hora de trabalho conforme é apresentado na Tabela 2. Vale destacar também que cada tarefa é executada por apenas um recurso selecionado entre as opções disponíveis. O recurso R5 não representa um colaborador, mas sim um departamento de apoio à engenharia, aparece uma única vez na relação de tarefas exclusivamente para a execução da tarefa D, denominada de protótipo, em função disso seu custo hora é bastante diferenciado em relação aos demais.

Tabela 2 - Custo dos recursos

Recursos	Custo hora
R5	R\$ 50,70
R10, R11, R19 e R20	R\$ 16,90
R6, R8, R12, R14, R15, R16, R17, R22, R24, R25, R26 e R28	R\$ 23,20
R3, R7, R9 e R23	R\$ 31,85
R1, R2, R4, R13, R18, R21 e R27	R\$ 43,72

Fonte: Os autores (2013)

Vale salientar que não foi possível extrair do histórico o tempo médio de execução de cada tarefa basicamente por dois motivos: informação inexistente em diversos registros e informação adicionada pelo sistema que não representava o tempo real de execução, mas sim, a diferença do tempo de início e o tempo de término da tarefa sem considerar as pausas.

Como as informações históricas não determinam o sucesso do modelo, optou-se em atribuir os tempos médios de execução dos diversos recursos nas respectivas tarefas, bem como um desvio padrão de 10% em relação à média, a fim de absorver a variabilidade nos tempos de execução das tarefas.

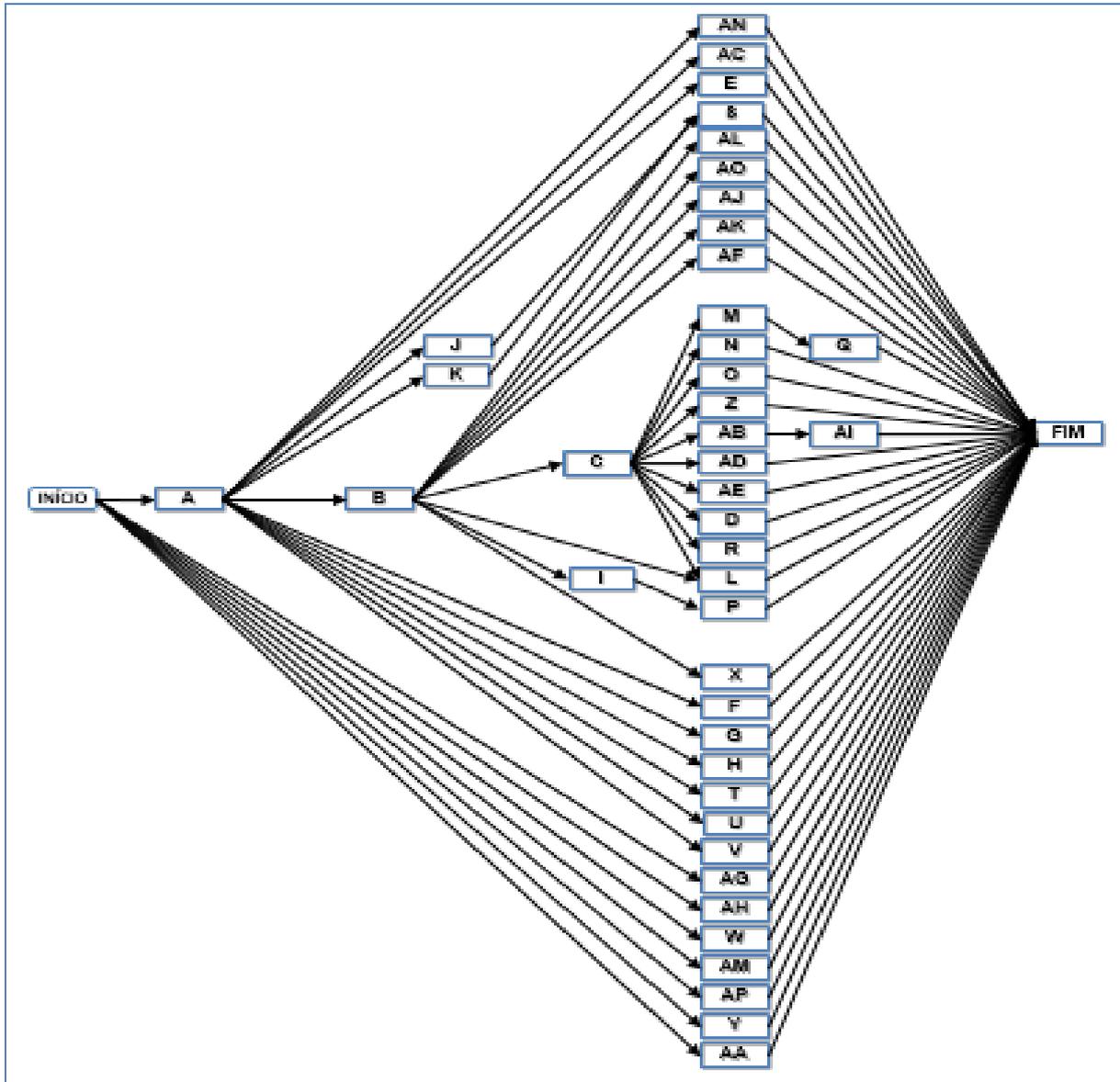
### 3.2 Modelagem do problema

O desenvolvimento do modelo proposto seguiu as etapas de estudo de um problema de PO que segundo Passos (2008, p.4), é dividido de acordo com as seguintes fases: identificação ou determinação do problema, estudo do problema, construção do modelo, resolução do modelo, validação do modelo e implementação. Neste trabalho foram desenvolvidas as etapas de construção, resolução e validação do modelo.

#### 3.2.1 Construção do modelo

A etapa de construção foi iniciada com a análise das diferentes relações de precedência entre as tarefas relacionadas na Tabela 1, resultando no diagrama *PERT-CPM* conforme é apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Diagrama de rede



Fonte: Os autores (2013)

Ainda na construção do modelo foi efetuado o planilhamento no MS Excel de todos os caminhos possíveis do diagrama de rede, sem considerar o executor e o tempo de execução de cada tarefa conforme é mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Planilhamento dos caminhos da rede

INÍCIO	A	A N	FIM			
INÍCIO	A	AC	FIM			
INÍCIO	A	E	FIM			
INÍCIO	A	J	S	FIM		
INÍCIO	A	K	S	FIM		
INÍCIO	A	B	AL	FIM		
INÍCIO	A	B	AO	FIM		
INÍCIO	A	B	AJ	FIM		
INÍCIO	A	B	AK	FIM		
INÍCIO	A	B	AF	FIM		
INÍCIO	A	B	L	FIM		
INÍCIO	A	B	C	M	Q	FIM
INÍCIO	A	B	C	N	FIM	
INÍCIO	A	B	C	O	FIM	
INÍCIO	A	B	C	Z	FIM	
INÍCIO	A	B	C	AB	AI	FIM
INÍCIO	A	B	C	AD	FIM	
INÍCIO	A	B	C	AE	FIM	
INÍCIO	A	B	C	D	FIM	
INÍCIO	A	B	C	R	FIM	
INÍCIO	A	B	C	L	FIM	
INÍCIO	A	B	I	P	FIM	
INÍCIO	A	B	X	FIM		
INÍCIO	A	F	FIM			
INÍCIO	A	G	FIM			
INÍCIO	A	H	FIM			
INÍCIO	A	T	FIM			
INÍCIO	A	U	FIM			
INÍCIO	A	V	FIM			
INÍCIO	AG	FIM				
INÍCIO	AH	FIM				
INÍCIO	W	FIM				
INÍCIO	AM	FIM				
INÍCIO	AP	FIM				
INÍCIO	Y	FIM				
INÍCIO	AA	FIM				

Fonte: Os autores (2013)

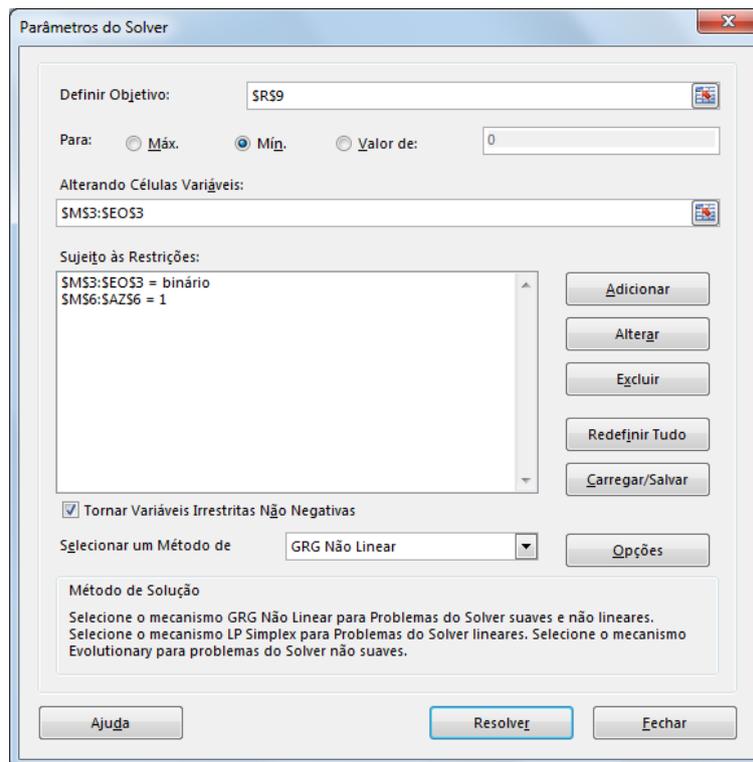
### 3.2.2 Resolução do modelo

Efetuada o planilhamento de todos os caminhos da rede, foi necessário encontrar um método de incorporar dinamicamente ao modelo o histórico dos recursos com seus respectivos tempos de execução.

Tratando-se de um problema de otimização, foi utilizado o Solver, conforme Figura 3, que de acordo com Microsoft (2014), é um suplemento do MS Excel utilizado para resolução de problemas de programação linear (PL), programação inteira (PI) e programação não linear (PNL). O trabalho foi iniciado com o Excel 2007 e posteriormente migrado para o Excel 2013.

Tendo como objetivo minimizar o caminho crítico da rede, foi necessário fazer com que o Solver atribuísse um tempo de execução para cada tarefa dentre as diferentes opções de recursos.

Figura 3 - Modelagem no solver



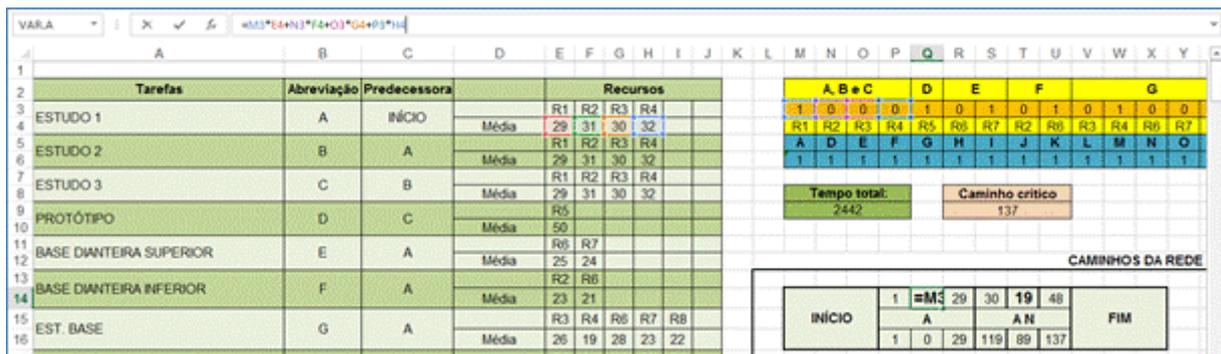
Fonte: Os autores (2013)

O caminho crítico, que por sua vez é obtido através da escolha da maior soma das tarefas dos diversos caminhos da rede *PERT-CPM* e é representado através da célula R9 do MS Excel. Foram selecionadas as células M3 até EO3 totalizando 133 variáveis de decisão.

O modelo é sujeito à duas restrições: A primeira determina que as células ajustáveis recebam apenas valores binários, ou seja, 1 quando o recurso é selecionado e 0 quando não é selecionado para a atividade; a segunda restrição determina que obrigatoriamente apenas um recurso seja selecionado para cada atividade.

Na Figura 4 é apresentada a forma como é selecionado o recurso que irá executar a tarefa A do modelo.

Figura 4 - Atribuição dos recursos



Fonte: Os autores (2013)

Na Tabela 3 é apresentado um quadro com o resultado das variáveis de decisão, as quais atribuem apenas um recurso para cada atividade através de variáveis binárias.

Tabela 3 - Resultado da atribuição dos recursos

Tarefas:	A, B e C	D	E	F	G				H				I				J			
Var. Decisão:	1 0 0 0	1 0 1	0 1 0	1 0 1	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	
Recursos:	R1 R2 R3 R4	R5 R6 R7	R2 R6 R3	R4 R6 R7	R8 R3 R4	R6 R7 R8	R3 R4 R6	R7 R8 R3	R4 R6 R7	R8 R3 R4	R6 R7 R8	R3 R4 R6	R7 R8 R3	R4 R6 R7	R8 R3 R4	R6 R7 R8	R3 R4 R6	R7 R8 R3	R4 R6 R7	R8 R3 R4

Tarefas:	K	L				M				N				O				P				Q			
Var. Decisão:	1 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0	0 1 0				
Recursos:	R2	R7 R9	R6 R7	R8 R13	R6 R7	R8 R10	R11 R12	R6 R8	R9 R13	R6 R8	R10 R6	R7 R12	R6 R8	R10 R6	R7 R12	R6 R8	R10 R6	R7 R12	R6 R8	R10 R6	R7 R12				

Tarefas:	R				S				T				U				V				W				X				Y			
Var. Decisão:	0 0 1	0 0 0	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1				
Recursos:	R3 R7	R8 R9	R10 R6	R7 R9	R10 R14	R15 R16	R14 R15	R16 R14	R15 R16	R14 R15	R16 R14	R15 R16	R14 R15	R16 R14	R15 R16	R14 R15	R16 R14	R15 R16	R14 R15	R16 R14	R15 R16	R14 R15	R16 R14	R15 R16	R14 R15	R16 R14	R15 R16	R14 R15				

Tarefas:	Z	AA	AB	AC				AD				AE				AF				AG				AH				
Var. Decisão:	1 0 0	1 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1
Recursos:	R14	R15 R16	R19 R19	R20 R21	R22 R23	R24 R25	R22 R23	R26 R22	R23 R26	R22 R23	R26 R22	R23 R26	R22 R23	R26 R22	R23 R26	R22 R23	R26 R22	R23 R26	R22 R23	R26 R22	R23 R26	R22 R23	R26 R22	R23 R26	R22 R23	R26 R22	R23 R26	R22 R23

Tarefas:	AI				AJ				AK				AL				AM				AN				AO				AP			
Var. Decisão:	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0	0 1 0	0 0 0				
Recursos:	R21	R22 R23	R25 R22	R23 R25	R26 R21	R22 R23	R25 R26	R21 R22	R23 R25	R26 R21	R22 R23	R25 R26	R21 R22	R23 R25	R26 R21	R22 R23	R25 R26	R21 R22	R23 R25	R26 R21	R22 R23	R25 R26	R21 R22	R23 R25	R26 R21	R22 R23	R25 R26	R21 R22				

Fonte: Os autores (2013)

Como consequência da atribuição dos recursos a todas as tarefas do diagrama, na Figura 5 é apresentado o quadro contendo todos os caminhos da rede com as atividades e seus respectivos tempos de execução. Pode-se observar que a maior soma dos tempos de cada caminho está na sequência 19, totalizando 137 horas que representa o tempo de execução do projeto.

No presente modelo, o caminho crítico é dinâmico, ou seja, pode ser alterado de acordo com a seleção dos recursos atribuídos pelo Solver.

Figura 5 - Resultado da seleção dos tempos

SEQ.	CAMINHOS DA REDE										SOMA
1	INÍCIO	29			19					FIM	48
		A			A N						
2	INÍCIO	29			18					FIM	47
		A			AC						
3	INÍCIO	29			24					FIM	53
		A			E						
34	INÍCIO	18								FIM	18
		AP									
35	INÍCIO	18								FIM	18
		Y									
36	INÍCIO	23								FIM	23
		AA									

Fonte: Os autores (2013)

Selecionado os tempos de execução para cada atividade, foi possível extrair as folgas para o início e fim das mesmas, os valores são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Variáveis de folga

Atividade	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
IMC	1	30	59	88	30	30	30	30	59	30	30	88	88	88	88	84	106	88	49	30	30
IMT	1	30	59	88	114	117	119	119	94	101	101	123	102	120	120	119	120	120	120	120	120

Atividade	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	A N	AO	AP
IMC	30	1	59	1	88	1	88	30	88	88	59	1	1	106	59	59	59	1	30	59	1
IMT	120	120	123	120	120	115	102	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120	119	119	120	120

Fonte: Os autores (2013)

No princípio, o modelo proposto teria sua solução através de PL, mas no momento de abordar uma estratégia de seleção dos recursos, optou-se pela PI em função das variáveis de decisão binárias e pela duração das atividades serem em horas inteiras. Ainda mais adiante, no momento de definição da célula de destino como sendo o caminho crítico do projeto,

verificou-se que nenhuma das duas técnicas de resolução proporcionaria a resolução do problema.

De acordo com Colin (2007), quando existir funções como por exemplo: ABS, ARRED, INT, E, OU, FALSE, VERDADEIRO, MÁXIMO, MÍNIMO, SE ou ESCOLHER do MS Excel no modelo fazem com que a função deixe de ser suave e apresente descontinuidades.

Desta forma, o método de resolução adotado no Solver foi o *GRG (generalized reduced gradient)*, em consequência da utilização da função MÁXIMO do MS Excel para a seleção do caminho crítico.

### 3.2.3 Validação do modelo

Nesta fase foi necessário encontrar uma maneira de averiguar se a alocação dos recursos proposta pelo modelo atende aos requisitos iniciais, ou seja, cada tarefa é executada por apenas um recurso e este não pode executar mais de uma tarefa de cada vez.

Desta forma, optou-se por construir um gráfico de *Gantt* dinâmico no Excel de todas as tarefas possíveis de serem executadas por cada recurso a fim de constatar se os mesmos não estão executando mais de uma tarefa ao mesmo tempo. Como exemplo, na Figura 6 é apresentado a obtenção do gráfico para a tarefa AC executado pelo recurso R23.

Figura 6 - Gráfico de Gantt

VAR.A : X ✓ f<sub>x</sub> = \$B\$8\*\$SE(E(AN21>=\$BP\$13;AN21<=\$BP\$16);1;0)

	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1																
8																															
9																															
10																															
11																															
12																															
13																															
14																															
15																															
16																															
17																															
18																															
19																															
20																															
21																															
22																															
182																															
183	AC	L:0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
184	AD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
185	AE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
186	AF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
187	R23 AG	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
188	AH	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
189	AI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
190	AJ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
191	AK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
192	SOMA	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	

Fonte: Os autores (2013)

Através da função SE do Excel, foi possível verificar em quais tarefas o recurso R23 foi alocado ao longo do tempo do projeto, onde isso é facilmente constatado através das células que contiverem o número 1, as quais representam cada unidade de tempo do empreendimento.

Desta forma constatou-se que o recurso R23, foi alocado para executar ao mesmo tempo as tarefas AG e AH o que inviabilizaria a execução das tarefas. Esse mesmo problema ocorre com diversas outros recursos.

Sendo assim, foi necessário adicionar duas restrições ao modelo: A primeira fazendo o uso das folgas obtidas através da diferença entre o início mais tarde (IMT) e o início mais cedo (IMC); e a outra é fazer o uso das somas verticais obtidas das tarefas executadas por um determinado recurso. A adição das restrições é apresentada na Figura 7.

Figura 7 - Restrições de folga

**Parâmetros do Solver**

Definir Objetivo:

Para:  Máx.  Míq.  Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

- \$AK\$21 <= 1
- \$AK\$6:\$A256 = 1
- \$ANS17:\$CCS17 <= \$ANS18:\$CCS18
- \$CU53:\$EO53 = binário

Tomar Variáveis Ilimitadas Não Negativas

Selecionar um Método de:

Método de Solução  
 Seleccione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares.  
 Seleccione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Seleccione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolva Fechar

Fonte: Os autores (2013)

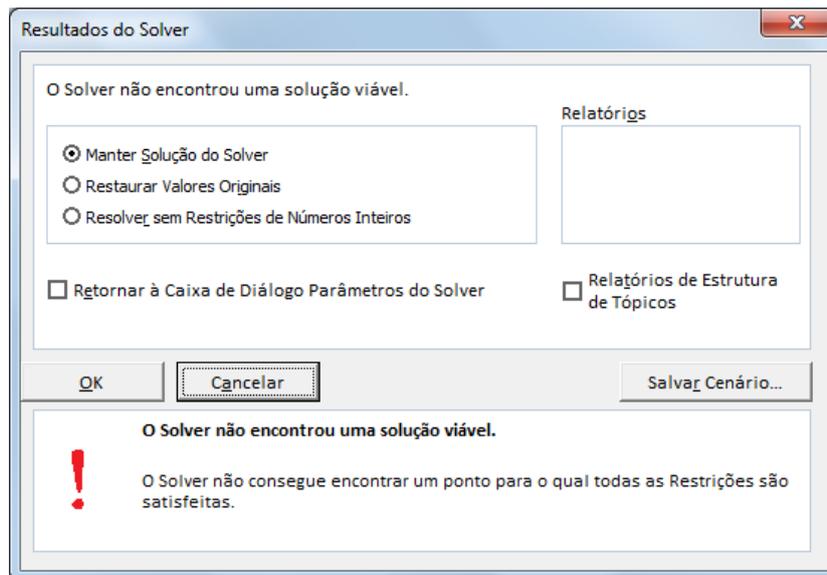
A inserção das restrições de folga fez com que fossem adicionadas 42 células variáveis ao modelo especificada na planilha como variável *delay*, obtida através da diferença entre o início real de cada atividade e seu respectivo valor do IMC limitado à sua folga.

A última restrição impede que a soma vertical das atividades executadas por um determinado recurso seja > 1, impedindo desta forma, que qualquer recurso alocado pelo Solver execute mais do que uma tarefa ao mesmo tempo. Com o objetivo de minimizar o número de restrições, foi utilizada a função MÁXIMO do Excel.

Finalmente, o modelo no Solver ficou com 175 células variáveis e 216 restrições, possibilitando ao mesmo definir o executor de cada atividade e quando esta deve ser iniciada, objetivando minimizar o caminho crítico do projeto.

Embora matematicamente e logicamente o modelo estivesse resolvido, infelizmente o Solver não conseguiu encontrar uma solução viável para o problema, conforme pode ser constatado na Figura 8.

Figura 8 - Resultados do Solver

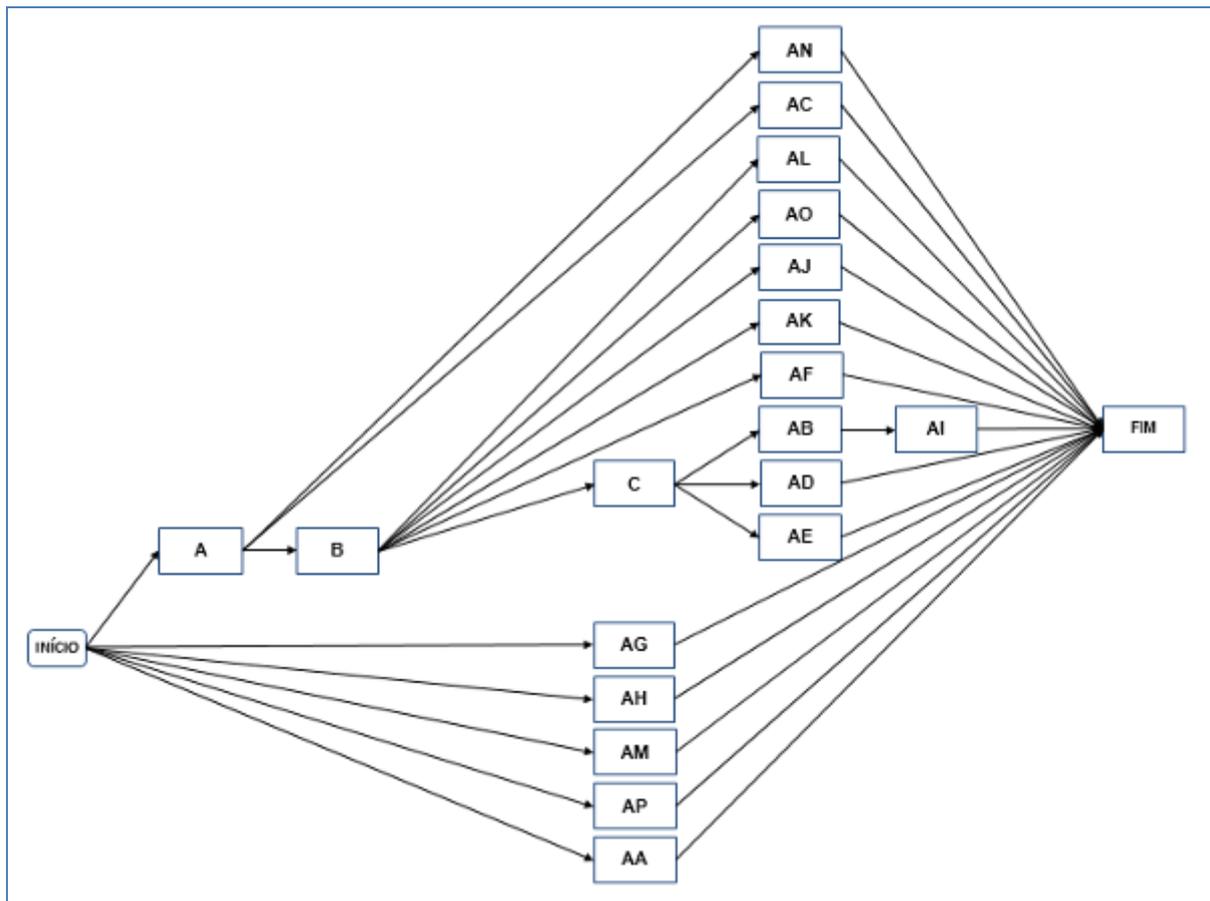


Fonte: MS Excel 2013

Foram procuradas diversas alternativas objetivando que o Solver encontrasse uma solução, desde modificações na configuração do software disponíveis nos diferentes métodos de resolução incluídos no aplicativo para solução de problemas envolvendo PNL, até reduzir o diagrama de forma que o suplemento encontrasse uma solução para um grupo menor de recursos e tarefas conforme Figura 9. Infelizmente, através do método *evolutionary*, conhecido também como algoritmo genético, o Solver não conseguiu encontrar um ponto para o qual todas as restrições fossem satisfeitas. Já com o método GRG, após um longo tempo de processamento, o Solver não encontrou uma solução viável.

Sendo assim, optou-se em buscar a solução com o Maple, através de um algoritmo que testasse todas as possibilidades possíveis de alocação de recursos das 42 tarefas que compõem a rede. Verificou-se que com o diagrama inicial, o tempo de processamento seria extremamente elevado, desta forma, optou-se em utilizar o diagrama reduzido aplicado na tentativa de encontrar a solução através do Solver.

Figura 9 - Diagrama reduzido



Fonte: Os autores (2013)

O diagrama reduzido possui 19 tarefas com a disponibilidade de 11 recursos para a execução das mesmas. Na Tabela 5 é apresentada a relação de atividades com suas respectivas opções de recursos e tempos de execução. Vale destacar que o recurso R1 da Tabela 1, foi renomeado para R18 na relação reduzida para facilitar a nomenclatura no Maple.

Tabela 5 - Tarefas e recursos reduzidos

		ATIVIDADES																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
		A	B	C	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	
RECURSOS	1	R18	29	29	29																
	2	R19				23	18														
	3	R20					22														
	4	R21						20			20			21		18					
	5	R22						21	18	21	21	21	21	18	21	22					
	6	R23						18	22	18	18	18	18	22	18	19					
	7	R24						22			22	22									
	8	R25						25			25			25	22						
	9	R26							19	22		19	22		19						
	10	R27															18	22	22	18	18
	11	R28															22	19	19	19	19

Fonte: Os autores (2013)

O algoritmo desenvolvido no Maple procurou seguir a mesma lógica criada para o Solver, com exceção que ele parte de um caminho crítico demasiadamente grande e procura soluções até o momento de minimizar o tempo de projeto. Como no Solver, o algoritmo recria um gráfico de *Gantt* lógico para cada recurso e verifica se esse não executa mais de uma tarefa ao mesmo tempo. No final das iterações, é apresentada as diversas soluções de alocação com o caminho crítico reduzido.

## 4 Resultados e discussões

Os objetivos iniciais do projeto foram plenamente atingidos, embora não através da programação linear conforme inicialmente foi projetado, mas sim através da programação não linear conforme segue abaixo.

### 4.1 Alocação ideal dos recursos

A alocação ideal de recursos foi obtida, conforme anteriormente abordado através de um algoritmo desenvolvido no Maple que testou todas as possibilidades de alocação, obedecendo um conjunto de restrições iniciais. O resultado é apresentado na Tabela 6.

Tabela 6 - Resultado de alocação dos recursos no Maple

Tarefas		Abrev.	Recurso atribuído	Início
1	ESTUDO 1	A	R1 29	1
2	ESTUDO 2	B	R1 29	30
3	ESTUDO 3	C	R1 29	59
* * *			* * *	
17	MONT. CENTRAL ELÉTRICA	A N	R28 19	30
18	MONT. CABOS BATERIAS	AO	R27 18	77
19	MONT. MÓDULOS ELETRÔN.	AP	R27 18	1

Fonte: Os autores (2013)

O modelo processado no Maple, encontrou várias alternativas de alocação de recursos que resultaram no caminho crítico minimizado de 123 horas. Na Tabela 6 foi apresentada uma das diversas alternativas possíveis que resultaram no caminho crítico reduzido.

#### 4.2 Tempo estimado para conclusão do projeto

O tempo estimado para conclusão do projeto foi consequência direta da alocação de recursos apresentada no item anterior. Foi necessário apenas somar o tempo das atividades pertencentes ao caminho crítico do projeto, conforme é apresentado na Tabela 7.

Tabela 7 - Tempo estimado do projeto

Tarefa	Abrev.	Tempo atribuído
ESTUDO 1	A	29
ESTUDO 2	B	29
ESTUDO 3	C	29
DISTRIBUIÇÃO DE POLTRONAS	AB	18
INST. CALEFAÇÃO	AI	18
<b>Total (horas):</b>		<b>123</b>

Fonte: Os autores (2013)

### 4.3 Probabilidade de cumprimento do prazo estimado

Para o cálculo da probabilidade de cumprimento do prazo estimado para conclusão do projeto, foi necessário somar a variância de cada atividade do caminho crítico do projeto para a obtenção do desvio padrão. Na Tabela 8 é apresentado o cálculo necessário.

Tabela 8 - Cálculo da variância

Tarefa	Abrev.	Tempo atribuído	Variância
ESTUDO 1	A	29	8,41
ESTUDO 2	B	29	8,41
ESTUDO 3	C	29	8,41
DISTRIBUIÇÃO DE POLTRONAS	AB	18	3,24
INST. CALEFAÇÃO	AI	18	3,24
<b>Total (horas):</b>		<b>123</b>	<b>31,71</b>

Fonte: O autor (2013)

Desta forma, é necessário ainda o cálculo do valor de  $z$  (1), que é obtido através da equação abaixo para a obtenção da probabilidade baseada em uma distribuição normal (MONTGOMERY, 2009).

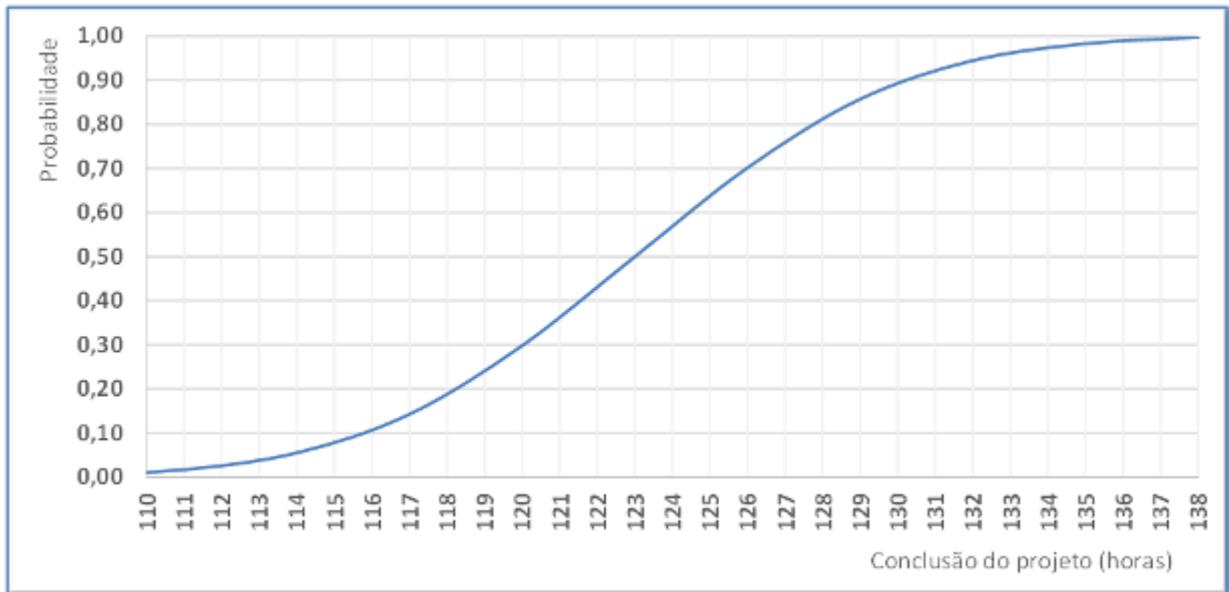
$$Z = \frac{T_s - T_e}{\sqrt{\sum \sigma^2}} \quad \dots(1)$$

Como exemplo, a probabilidade de cumprimento do prazo de 125 horas é de 0,6406 ou 64,06%, calculado abaixo (2):

$$z = \frac{125 - 123}{\sqrt{31,71}} = 0,3552 \quad \dots(2)$$

Na Figura 10 são apresentados diversos tempos para conclusão do projeto e suas respectivas probabilidades de cumprimento, considerando um desvio padrão de 5,63.

Figura 10 - Gráfico de probabilidades



Fonte: Os autores (2013)

Vale destacar que a probabilidade é aumentada de forma não linear conforme o tempo de projeto é ampliado chegando praticamente a 1 com um tempo de 138 horas.

#### 4.4 Custo total do projeto

O custo total do projeto está diretamente relacionado com a alocação dos recursos apresentado no item 4.1, necessitando apenas efetuar a somatória da multiplicação das horas utilizadas em cada atividade pelo custo unitário de cada recurso empregado, conforme é apresentado na Tabela 9.

Tabela 9 - Custo total do projeto

Tarefas		Abrev.	Recurso	Tempo	Custo hora	Total
1	ESTUDO 1	A	R1	29	R\$ 43,72	R\$ 1.267,88
2	ESTUDO 2	B	R1	29	R\$ 43,72	R\$ 1.267,88
3	ESTUDO 3	C	R1	29	R\$ 43,72	R\$ 1.267,88
* * *						
15	MONT. CHICOTES	AL	R27	18	R\$ 43,72	R\$ 786,96
16	MONT. PAINEL INSTRUMENTOS	AM	R28	19	R\$ 23,20	R\$ 440,80
17	MONT. CENTRAL ELÉTRICA	A N	R28	19	R\$ 23,20	R\$ 440,80
18	MONT. CABOS BATERIAS	AO	R27	18	R\$ 43,20	R\$ 777,60
19	MONT. MÓDULOS ELETRÔN.	AP	R27	18	R\$ 43,20	R\$ 777,60
					<b>TOTAL:</b>	<b>R\$ 12.591,56</b>

Fonte: Os autores (2013)

#### 4.5 Resultados

Mesmo com o diagrama reduzido de tarefas, estimou-se que o algoritmo do Maple levaria bastante tempo para apresentar os resultados esperados. O código foi processado em três diferentes equipamentos conforme Tabela 10.

Tabela 10 – Tempo de processamento

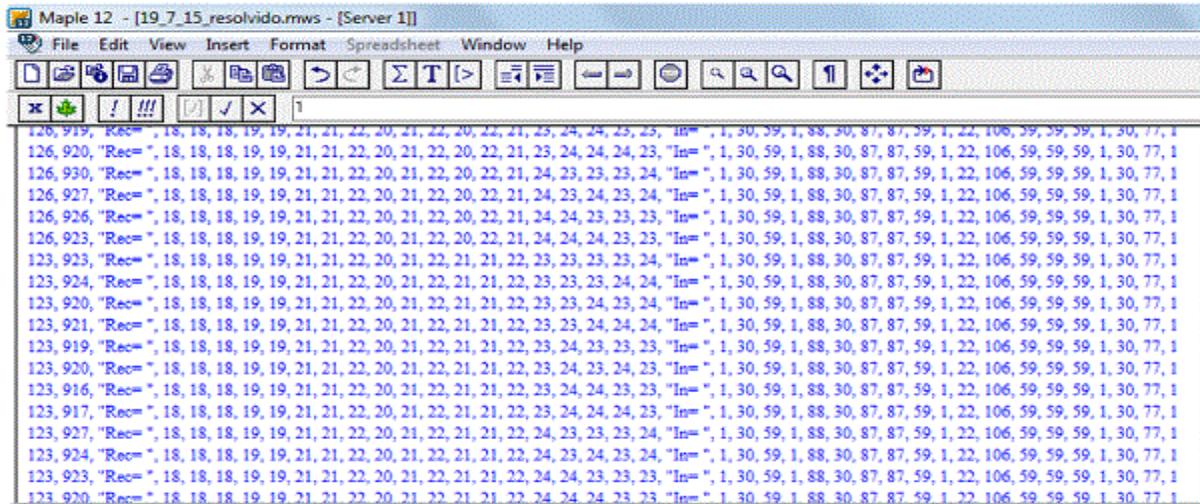
Equipamento	Tempo de Processamento
AMD Athlon X2 Dual Core 2,00 GHz com 3 GB de RAM	390 horas
Intel i3 2,27 GHz com 2 GB de RAM	30 horas
AMD Athlon X2 Dual Core 2,61 GHz com 4 GB de RAM	96 horas

Fonte: Os autores (2013)

Em função do elevado número de iterações, cálculos e comparações que o algoritmo necessitou executar a fim de convergir para uma solução final, em nenhum dos três equipamentos o processo foi até o fim. Desta forma foi criada uma nova versão simplificada do modelo baseada inteiramente da original, de forma a garantir que o mesmo fosse isento de erros, como por exemplo um *loop* infinito.

A versão simplificada basicamente reduziu consideravelmente o número de iterações ocasionada pelas folgas entre IMT e IMC de cada tarefa e reduziu de 11 para 7 o número de recursos para execução das 19 tarefas.

Figura 11 - Resultado do Maple



Fonte: Os autores (2013)

Na Figura 11 é apresentado o resultado do modelo simplificado, onde as seguintes informações são apresentadas na sequência: caminho crítico, tempo total do projeto, recursos utilizados e o tempo em que a tarefa é iniciada.

O algoritmo simplificado demandou um tempo de aproximadamente 3 horas para apresentar os resultados em um computador equipado com processador Intel i3 com 2 GB de memória RAM.

Foi necessário o uso desses artifícios de programação de forma a assegurar que o modelo original estivesse isento de erros e que fosse possível a apresentação dos resultados apresentados, pois não foi possível ter acesso a um equipamento de alta performance que minimizasse o tempo de processamento do modelo.

## 5 Considerações finais

A programação matemática é uma poderosa ferramenta inserida na PO que oferece inúmeras possibilidades de aplicação no gerenciamento de projetos, sobre tudo no emprego para o encontro de soluções ótimas para alocação de recursos que foi o estudo central do presente trabalho, no qual foi a base para o cumprimento dos demais objetivos do projeto.

No presente estudo, em função da complexidade do problema, o Solver demonstrou não ser uma ferramenta adequada para esse tipo de problema, basicamente pelos seguintes motivos: número de restrições que o problema necessita impossibilitando a utilização do algoritmo genético (método *evolutionary*) e necessidade de utilização de funções do MS Excel, que impedem que as funções sejam suaves, dificultando assim que o suplemento encontrasse uma solução ótima, além de promover descontinuidades nas mesmas (HILLIER; LIEBERMAN, 2010; COLIN, 2007).

A solução ótima foi obtida através do uso do Maple, não por meio de ferramentas específicas contidas no software para solução de problemas de otimização, mas sim através de um algoritmo que verificou todas as possibilidades de alocação de recursos e selecionou as soluções viáveis contidas no menor caminho crítico. Essa abordagem assegurou que as soluções encontradas fossem realmente soluções ótimas, porém utilizando um consumo elevado de recursos computacionais de processamento.

No universo da PO, existem muitos esforços despendidos para a melhoria de algoritmos para a solução de problemas de PNL, a dificuldade é que não existe até o momento um algoritmo genérico apropriado para todos os tipos de problemas, como ocorre com o algoritmo simplex, que além de ser muito rápido, resolve todos os problemas de PL e PI.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. **Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e modelos para análise de decisões**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

BERSSANETI, Fernando Tobal; CARVALHO, Marly Monteiro de; MUSCAT, Antônio Rafael Namur. **Impacto dos modelos de referência e maturidade no gerenciamento de projetos: estudo exploratório em tecnologia da informação**. Produção, v. 22, n. 3, p. 405-420, mai/ago. 2012.

COLIN, Emerson Carlos. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

GRAY, Clifford F; LARSON, Erik W. **Gerenciamento de Projetos: O Processo Gerencial**. 4 ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

HILLIER, Frederick; LIEBERMAN, Gerald J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8ª ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

MONTGOMERY, Douglas C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

MICROSOFT, Suporte. **Definir e Resolver um Problema Usando o Solver**. Excel 2013. Disponível em: <http://office.microsoft.com/pt-br/excel-help/definir-e-resolver-um-problema-usando-o-solver-HA102749031.aspx?CTT=1> Acessado em 18 abr. 2014.

PASSOS, Eduardo José Pedreira dos. **Programação linear como instrumento da pesquisa operacional**. São Paulo: Atlas, 2008.

PMBOK, Guia. **Conhecimento em Gerenciamento de Projetos**. 4<sup>a</sup> ed. 2008.

SANTOS, Ricardo França; JUNIOR, Eugênio Correa de Souza; BOUZADA, Marco Aurélio Carino. **A Aplicação da Programação Inteira na Solução Logística do Transporte de Carga: O Solver e Suas Limitações na Busca Pela Solução Ótima**. Produção Online. v. 12, n. 1, p. 185-204, jan/mar. 2012.